

LABORATOIRE  
DE GLACIOLOGIE  
ET GEOPHYSIQUE  
DE L'ENVIRONNEMENT



Associé à l'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER – GRENOBLE I

**DATATION GLACIOLOGIQUE DES FORAGES  
PROFONDS EN ANTARCTIQUE  
ET MODÉLISATION CONCEPTUELLE DES PALÉOCLIMATS :  
IMPLICATIONS POUR LA THÉORIE ASTRONOMIQUE DES  
PALÉOCLIMATS**

**Frédéric PARRENIN**

Thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier – Grenoble I  
(Arrêtés ministériels du 5 Juillet 1984 et 30 mars 1992)

Spécialité : Sciences de la Terre et de l'Univers

date de soutenance : 17 octobre 2002

*Composition du jury :*

<b>M. François-Xavier Le Dimet</b>	<b>Président</b>
<b>M. Jean Jouzel</b>	<b>Directeur de thèse</b>
<b>M. Dominique Raynaud</b>	<b>Directeur de thèse</b>
<b>Mme Frédérique Rémy</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>M. Jakob Schwander</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>M. Didier Paillard</b>	<b>Invité</b>



# Résumé

## DATATION GLACIOLOGIQUE DES FORAGES PROFONDS EN ANTARCTIQUE ET MODELISATION CONCEPTUELLE DES PALEOCLIMATS : IMPLICATIONS POUR LA THEORIE ASTRONOMIQUE DES PALEOCLIMATS

L'objectif de cette thèse est d'apporter des éléments nouveaux concernant la théorie astronomique des paléoclimats au travers de deux outils : la datation glaciologique des forages polaires grâce à une méthode inverse et les modèles conceptuels de climat.

Concernant la datation des forages polaires, nous montrons l'intérêt d'appliquer une méthode inverse au modèle de datation glaciologique pour obtenir une chronologie optimale et en analyser les incertitudes. Pour Vostok, il n'est pas possible d'obtenir une chronologie qui satisfasse toutes les informations chronologiques, probablement à cause d'une méconnaissance des conditions en amont de la ligne d'écoulement. Les chronologies pour Dôme C et Dôme F sont cohérentes avec les contraintes, ce qui signifie que le modèle glaciologique simple utilisé pour ces dômes est adéquate. Le cas de Dôme F nous permet de montrer que l'enregistrement de Devils Hole est probablement biaisé par des conditions locales et suggère que les déphasages entre insolation et température Antarctique sont grossièrement constants dans le temps. Nous confirmons par ailleurs que l'amincissement est plus fort dans le haut du glacier dans le cas d'un dôme que pour le reste de la ligne d'écoulement. Nous suggérons de plus que l'estimation de l'accumulation des périodes glaciaires par la relation de pression de vapeur saturante associée à la relation spatiale isotope-température de surface est surestimée d'environ 30%.

Le modèle conceptuel que nous avons développé nous permet de décrire les variations de niveau des mers du Quaternaire en tant que réponse au forçage de l'insolation. En particulier, nous justifions pourquoi les transitions les plus importantes de niveau des mers ont eu lieu lorsque les changements d'insolation étaient les plus faibles. De plus, nous montrons que des variations faibles de déphasage insolation-climat lors des déglaciations sont compatibles avec la théorie astronomique.

Mots clef : paléoclimats, forages profonds, datation, méthode inverse, modèles conceptuels, Milankovitch, déphasages.

# Abstract

## GLACIOLOGICAL DATING OF DEEP DRILLINGS IN ANTARCTICA AND CONCEPTUAL MODELLING OF PALEOCLIMATES : IMPLICATIONS FOR THE ASTRONOMICAL THEORY OF PALEOCLIMATES

The aim of this study is to bring new elements concerning the astronomical theory of paleoclimates using two tools : glaciological dating of polar ice cores using an inverse method and conceptual models of paleoclimate.

We show how an inverse method applied to the glaciological dating model enables us to obtain an optimal chronology and to analyse its uncertainties. It is not possible to obtain a chronology for Vostok that satisfies all chronological constraints, probably because of our poor knowledge of the conditions along the ice flow line, upstream of Vostok. The chronologies for Dome C and Dome F are coherent with the constraints, meaning that the simple glaciological model used in the case of a dome is adequate. The Dome F case allows us to show that the Devils Hole record is probably biased by local conditions, and suggest that the phase relationship between insolation and Antarctic temperature is roughly constant. We also confirm that thinning is more important in the upper part of the ice sheet for a dome than for the rest of the flow line. Moreover, we suggest that estimates of the accumulation during glacial periods based on saturation vapour pressure and spatial isotope–surface temperature relationships are overestimated by ~30%.

The conceptual model we developed yields a description of the sea level variations during the Quaternary as a response to the insolation forcing. We show that sea level variations can be explained with a conceptual model forced by insolation changes. In particular, we justify why the most important sea level transitions occurred when insolation changes were the weakest. Moreover, we show that small insolation–climate phase variations during deglaciations are compatibles with the astronomical theory of paleoclimate.

Key words : paleoclimates, deep drillings, chronology, inverse method, conceptual models, Milankovitch, phasing.

# Remerciements

Merci en premier lieu à mes deux directeurs, Jean et Dominique, pour avoir dirigé cette thèse, et pour leur aide et leur soutien constants.

Merci à toi Jean, pour être resté simple et proche de tes thésards, malgré toutes tes distinctions. Tu as toujours été là quand il le fallait, notamment pour terminer un article alors que j'étais sur les sentiers de randonnées en Corse...

Merci à toi Dominique pour ta bonne humeur et ton enthousiasme en toutes circonstances. Tu m'as beaucoup aidé à me fixer des objectifs pour la rédaction de ma thèse, et ton aide est précieuse pour la confection de mon projet CNRS. Je n'oublierai pas la fois où je t'ai rendu visite à l'hôpital, et où, malgré une opération à coeur ouvert deux jours auparavant, tu prétendais que l'hôpital c'est génial et qu'on y rencontre plein de gens intéressants...

Merci beaucoup à Didier et à Claire pour leur encadrement au LSCE. Didier, tu m'as appris de nombreuses choses sur le climat global, et tu as toujours accepté de discuter lorsque je venais te voir. Merci à toi Claire pour m'avoir orienté au début de ma thèse sur les problèmes inverses, et pour les réunions régulières que nous avons faites avec Jean.

Merci à Jean-Marc et Catherine pour leur encadrement sur les modèles. Merci à toi Catherine pour m'avoir appris les rudiments des systèmes Unix et pour avoir répondu à mes nombreuses questions sur le modèle de datation de Vostok. J'ai toujours beaucoup de plaisir à parler de modélisation des calottes avec toi. Merci Jean-Marc, pour ton aide sur les modèles de névé, et pour tes opinions précieuses sur les problèmes de datation. Promis, un jour je me pencherai plus sérieusement sur le problème du Béryllium 10 !

Merci à tous les membres du jury. Un merci particulier à Jakob, qui a fait un travail de relecture très rigoureux, alors que le Français n'est pas sa langue natale, et qui a fait le voyage depuis la Suisse. J'espère que nous pourrons continuer à travailler sur les chronologies des forages profonds. Merci à François-Xavier, qui a dû écourter une conférence en Afrique pour être là à temps. Merci à Frédérique pour la rapidité de sa relecture, et pour m'avoir beaucoup aidé pour le projet de post-doc CNES. J'espère que nous passerons deux années très fructueuses à Toulouse.

Merci à toutes les personnes que j'ai côtoyées durant ma thèse, pour avoir rendu ce travail plus agréable et plus humain. Merci en particulier aux thésards : Nicolas C., Gilles, Pierre-Alain, Florent, Nicolas P., Françoise, Gaëlle, Amaëlle, Francesco, Edson au LSCE; Olivier T., Christophe, Fabien, Stéphanie, Seb, Vincent, Fred, Olivier A., Estelle à Grenoble.

Ma reconnaissance va aussi à toutes les personnes qui nous facilitent le travail au quotidien au sein des laboratoires. En particulier les informaticiens : Jean-Yves, qui a toujours répondu avec le sourire à toutes mes questions, François, pour sa gestion rigoureuse du système au LSCE, Marie, pour son dévouement sans faille au LGGE, et Michel, pour son administration des postes Linux. Merci aussi à toutes les personnes qui s'occupent des problèmes administratifs, en particulier Jocelyne, Sophie et Michèle au LGGE.

Un merci tout particulier au groupe de strokeurs du Sappey. Nous avons passé de très chouettes moments ensemble, ce qui a « humaniser » cet exercice solitaire qu'est la thèse.

Enfin merci à mes parents, qui nous ont donné le goût pour les études. Merci aussi d'avoir très largement participé à la confection du pot du thèse.

Et merci à toi Céline, pour avoir corrigé les fautes d'orthographe, et pour avoir rempli ces années de thèse parfois très prenantes de moments doux et de ballades en montagne.

# Table des matières

<b><u>Chapitre 0 : Introduction.....</u></b>	<b>15</b>
<b>0.1.Contexte.....</b>	<b>15</b>
<b>0.2.Les calottes glaciaires, archives des paléoclimats.....</b>	<b>17</b>
0.2.1.Histoire des forages polaires.....	17
0.2.2.L’apport des forages polaires en paléoclimatologie.....	20
<b>0.3.La théorie astronomique des paléoclimats.....</b>	<b>21</b>
0.3.1.Variations orbitales et variations d’insolation.....	21
0.3.2.La théorie de Milankovitch.....	23
0.3.3.Les paradoxes.....	24
<b>0.4.Modèles conceptuels de climat.....</b>	<b>25</b>
0.4.1.Intérêt.....	25
0.4.2.Historique.....	26
0.4.3.Objectif du travail sur les modèles conceptuels.....	27
<b>0.5.Datation des forages glaciaires.....</b>	<b>27</b>
<b>0.6.Organisation du manuscrit.....</b>	<b>30</b>
<b><u>Chapitre I : Les modèles glaciologiques de datation.....</u></b>	<b>33</b>
<b>I.1.Caractéristiques de la circulation atmosphérique au-dessus de l’Antarctique.....</b>	<b>33</b>
<b>I.2.Évaluation de la température à la surface de la calotte.....</b>	<b>34</b>
I.2.1.Le thermomètre isotopique.....	35
I.2.1.1.Les isotopes stables de l’eau.....	35
I.2.1.2.Principe du thermomètre isotopique et observations.....	36
I.2.1.3.Le modèle de Rayleigh.....	39
I.2.1.4. Reconstruction des variations de température dans le passé.....	40
I.2.2.Température dans le trou de forage.....	43
I.2.3.Composition isotopique de l’air des bulles de gaz.....	45
<b>I.3.Évaluation de l’accumulation.....</b>	<b>45</b>
I.3.1.Utilisation du béryllium 10.....	46
I.3.2.Modélisation des précipitations.....	47

## **I.4.Datation de la glace.....48**

I.4.1.Les lois physiques.....	49
I.4.1.1.Conservation de la masse.....	50
I.4.1.1.1.Loi locale.....	50
I.4.1.1.2.Loi intégrée.....	50
I.4.1.2.Contraintes et déformations.....	51
I.4.2.Les approximations.....	52
I.4.2.1.Approximation de la couche mince.....	53
I.4.2.2.Les modèles à géométrie imposée.....	53
I.4.3.Le modèle de C. Ritz [1992].....	54
I.4.3.1.Vitesses de bilan.....	55
I.4.3.2.Profils verticaux de vitesse.....	55
I.4.3.3.Profil vertical de vitesse pour un dôme.....	56

## **I.5.Datation du gaz.....57**

I.5.1.Le modèle de Herron & Langway [1980].....	59
I.5.2.Le modèle de Pimienta–Barnola [Barnola et al., 1991].....	62
I.5.2.1.La partie neige.....	62
I.5.2.2.La partie névé.....	63
I.5.3.Le modèle d’Arnaud et al. [2000].....	64
I.5.3.1.La partie neige.....	64
I.5.3.2.La partie névé.....	65
I.5.3.3.La transition neige–névé.....	66

## **Chapitre II : Informations chronologiques.....69**

### **II.1.Informations chronologiques relatives.....69**

II.1.1.Corrélation à un autre forage polaire.....	69
II.1.1.1.Corrélation des enregistrements présents dans la glace.....	69
II.1.1.1.1.Le signal isotopique en deutérium ou oxygène 18 de la glace.....	70
II.1.1.1.2.Les poussières.....	70
II.1.1.1.3.La conductivité de la glace.....	70
II.1.1.1.4.Les couches de cendre.....	71
II.1.1.1.5.Le pic de béryllium 10.....	72
II.1.1.2.Corrélation des enregistrements présents dans les bulles de gaz.....	73
II.1.1.2.1.Le méthane.....	73
II.1.1.2.2.Le CO <sub>2</sub> .....	73
II.1.1.2.3.L’oxygène 18 des bulles.....	74
II.1.2.Corrélation aux forages océaniques.....	74
II.1.2.1.Les poussières.....	74
II.1.2.2.Le signal isotopique des forages groenlandais ou le méthane.....	74
II.1.2.3.L’enregistrement d’ <sup>18</sup> Oatm.....	75
II.1.2.4.Le signal isotopique des forages antarctiques.....	76
II.1.3.Corrélation aux enregistrements issus de spéléothèmes.....	76

II.1.4.Corrélation aux enregistrements lacustres.....	77
II.1.5.Corrélation aux enregistrements issus de la dendrochronologie.....	77
<b>II.2.Informations chronologiques absolues.....</b>	<b>77</b>
II.2.1.Comptage des couches annuelles.....	78
II.2.2.Datations par calage orbital.....	79
II.2.3.Reconnaissance d'horizons repères.....	80
II.2.4.Corrélation à un autre enregistrement daté.....	81
II.2.4.1.Utilisation des datations des enregistrements issus des spéléothèmes des grottes de Villars et d'Hulu.....	82
II.2.4.2.Utilisation de la chronologie de l'enregistrement de Devils Hole.....	84
II.2.4.3.Corrélation à un autre forage polaire daté par comptage des couches.....	85
II.2.4.4.Calage sur la dendrochronologie.....	86
II.2.4.5.Utilisation d'enregistrements océaniques datés.....	87
II.2.4.6.Synthèse : datation d'événements particuliers.....	88
<b><u>Chapitre III : Les problèmes inverses.....</u></b>	<b><u>91</u></b>
<b>III.1.Eléments de probabilité.....</b>	<b>92</b>
III.1.1.Distance, volume, et densité de probabilité homogène.....	92
III.1.2.Variables cartésiennes.....	93
III.1.3.Variables de Jeffreys.....	94
III.1.4.Conjonction de probabilités.....	95
III.1.5.Les densités de probabilité classiques.....	95
III.1.5.1.Cas des variables cartésiennes.....	95
III.1.5.2.Généralisation à n dimensions.....	97
III.1.5.3.Cas des variables de Jeffreys.....	97
<b>III.2.Méthodes de Monte Carlo.....</b>	<b>101</b>
III.2.1.Concept général.....	101
III.2.2.L'algorithme de Metropolis absolu ou algorithme de Metropolis–Hastings.....	103
III.2.3.Choix de la fonction saut.....	106
III.2.3.1.Le mode « marche aléatoire ».....	106
III.2.3.2.Le mode « marche forcée ».....	107
III.2.3.3.Ajustement du facteur d'échelle.....	107
III.2.3.4.Comment générer une suite aléatoire qui suit une loi gaussienne ?.....	108
III.2.4.L'algorithme de Metropolis relatif.....	110
III.2.5.L'algorithme de Metropolis en cascade.....	111
III.2.6.Arrêt de la marche aléatoire.....	112
<b>III.3.Formulation du problème inverse.....</b>	<b>113</b>
III.3.1.Cadre général.....	113

III.3.2.Cas d'incertitudes négligeables sur la modélisation.....	115
<b>III.4.Résolution des problèmes inverses par méthode de Monte Carlo.....</b>	<b>116</b>
III.4.1.Cadre général.....	116
III.4.2.Utilisation de l'algorithme de Metropolis relatif.....	117
<b><u>Chapitre IV : Application à Vostok.....</u></b>	<b><u>119</u></b>
<b>IV.1.Données sur le forage.....</b>	<b>119</b>
IV.1.1.Situation et histoire du forage.....	119
IV.1.2.Température dans le trou de forage.....	122
IV.1.3.Température de surface.....	124
<b>IV.2.Informations chronologiques sur le forage.....</b>	<b>124</b>
IV.2.1.Calage orbital.....	125
IV.2.2.Identification des événements rapides de température de l'hémisphère nord dans le méthane.....	125
IV.2.3.Synthèse : informations chronologiques disponibles.....	126
<b>IV.3.Dating the Vostok ice core by an inverse method [Parrenin et al., 2001]</b>	<b>128</b>
<b>IV.4.Variation brutale de l'accumulation entre Ridge B et Vostok ou défaut du modèle d'amincissement ?.....</b>	<b>129</b>
IV.4.1.Modification de la paramétrisation de l'accumulation.....	129
IV.4.2.Modification de la fonction d'amincissement.....	132
<b>IV.5.Utilisation de contraintes sur le <math>\Delta</math>-profondeur.....</b>	<b>133</b>
IV.5.1.Cadre général.....	133
IV.5.2.Application à Vostok.....	135
<b>IV.6.Conclusions et perspectives.....</b>	<b>137</b>
<b><u>Chapitre V : Application à Dôme Fuji.....</u></b>	<b><u>139</u></b>
<b>V.1.Introduction.....</b>	<b>139</b>
<b>V.2.Données sur le forage.....</b>	<b>139</b>
<b>V.3.Informations chronologiques.....</b>	<b>140</b>
V.3.1.Calage sur les variations orbitales.....	140

V.3.2.Utilisation de la datation $^{14}\text{C}$ – $^{10}\text{Be}$ des 7000 dernières années à Vostok.....	142
V.3.3.Utilisation de la datation du pic de béryllium 10.....	143
V.3.4.Utilisation de la chronologie de Devils Hole.....	144
<b>V.4.Incompatibilité de la chronologie glaciologique de Dôme Fuji avec la chronologie de Devils Hole.....</b>	<b>144</b>
<b>V.5.Confirmation de la chronologie orbitale à Dôme Fuji.....</b>	<b>148</b>
<b>V.6.Conclusions et perspectives.....</b>	<b>153</b>
<b><u>Chapitre VI : Application à Dôme C.....</u></b>	<b><u>155</u></b>
<b>VI.1.Situation et histoire du forage.....</b>	<b>155</b>
<b>VI.2.Paramètres du forage.....</b>	<b>155</b>
VI.2.1.Température dans le trou de forage.....	155
VI.2.2.Température et isotope de surface.....	156
<b>VI.3.Informations chronologiques.....</b>	<b>157</b>
VI.3.1.Utilisation de la datation du pic de béryllium 10.....	157
VI.3.2.Utilisation de la datation $^{14}\text{C}$ – $^{10}\text{Be}$ des 7000 dernières années à Vostok.....	157
VI.3.3.Comparaison du DEP à l'ECM de Vostok.....	158
<b>VI.4.Une première chronologie pour Dôme C.....</b>	<b>159</b>
<b>VI.5.Conclusions et perspectives.....</b>	<b>165</b>
<b><u>Chapitre VII : Modèles conceptuels de climat du Quaternaire.....</u></b>	<b><u>167</u></b>
<b>VII.1.Historique.....</b>	<b>168</b>
VII.1.1.Le modèle de Calder [1974].....	168
VII.1.2.Le modèle d'Imbrie and Imbrie [1980].....	170
VII.1.3.Cycles de 100 ans liés à la calotte polaire.....	172
VII.1.4.Le modèle de D. Paillard [1998].....	172
<b>VII.2.Contexte.....</b>	<b>177</b>
<b>VII.3.Simulation des modulations de phase et d'amplitude des cycles glaciaires par un modèle conceptuel.....</b>	<b>179</b>
VII.3.1.Résumé en français.....	179
VII.3.2.Amplitude and phase modulations of glacial cycles from a conceptual model.....	179

VII.3.2.1.Abstract .....	180
VII.3.2.2.Introduction.....	180
VII.3.2.3.Model description.....	182
VII.3.2.4.Results and discussion.....	183
VII.3.2.5.Conclusion.....	185
VII.3.2.6.aknowledgements.....	186
VII.3.2.7.References.....	187
VII.3.3.Conclusion en français.....	190
<b>VII.4.Autres modèles conceptuels.....</b>	<b>191</b>
<b>VII.5.Courbes synthétiques de CO2 et température antarctique du dernier million d'années.....</b>	<b>193</b>
<b>VII.6.Que prédisent les modèles conceptuels pour le futur ?.....</b>	<b>199</b>
<b>VII.7.Conclusions et perspectives.....</b>	<b>201</b>
<b><u>Chapitre VIII : Conclusions et perspectives.....</u></b>	<b><u>203</u></b>
<b><u>Annexe A : Densité de la glace pure.....</u></b>	<b><u>219</u></b>
<b><u>Annexe B : Compléments pour les modèles de névé.....</u></b>	<b><u>219</u></b>
B.1.Modification du calcul de la charge d'une particule.....	219
B.2.Amélioration possible du modèle à l'interface neige-névé.....	220
<b><u>Annexe C : Réflexions sur la théorie des problèmes inverses.....</u></b>	<b><u>221</u></b>
C.1.Transfert de probabilité.....	221
Sens direct.....	221
Sens inverse.....	222
C.2.Suites échantillonnantes de probabilité.....	223
C.3.Rapprochement avec la théorie de l'inversion.....	224
<b><u>Annexe D : Régressions linéaires.....</u></b>	<b><u>225</u></b>
D.1.Cas de la dimension 2.....	225
D.2.Cas de la dimension 3.....	227
<b><u>Annexe E : Estimation of temperature change and of gas age – ice age difference, 108 kyr B. P., at Vostok, Antarctica.....</u></b>	<b><u>229</u></b>

**Annexe F : Atmospheric oxygen 18 and sea-level changes.....231**

**Annexe G : Temperature reconstruction from antarctic ice cores....233**

**Annexe H : Remarkable temperature change similarities accross  
Antartica during the last three glacial-interglacial cycles.....235**

**Annexe I : Antarctic Last Glacial temperature deduced from  $\Delta$ age.237**



# Chapitre 0 : Introduction

## 0.1. Contexte

Le réchauffement global ("Global Warming") de la surface de la planète, suite à l'augmentation anthropique de la concentration en gaz à effet de serre de l'atmosphère, est devenu un objet de débat mondial. D'après le dernier rapport de l'IPCC [*Intergovernmental Panel on Climate Change, 2001*], « *une somme croissante d'observations fournit l'image d'un monde en réchauffement et de diverses modifications du système climatique* ». En effet, comme le montre l'illustration 0.1, la température moyenne de la Terre a augmenté régulièrement lors du 20<sup>ème</sup> siècle (en tout d'environ 0.6°C), et la décennie 1990–2000 a probablement été la plus chaude du dernier millénaire. Les experts scientifiques de l'IPCC précisent que « *l'influence humaine continuera à modifier la composition de l'atmosphère durant tout le 21<sup>ème</sup> siècle* », et que, quelles que soient les mesures que nous prendrons pour réduire nos émissions de gaz à effet de serre, « *les changements climatiques d'origine humaine se feront sentir pendant plusieurs siècles* ».

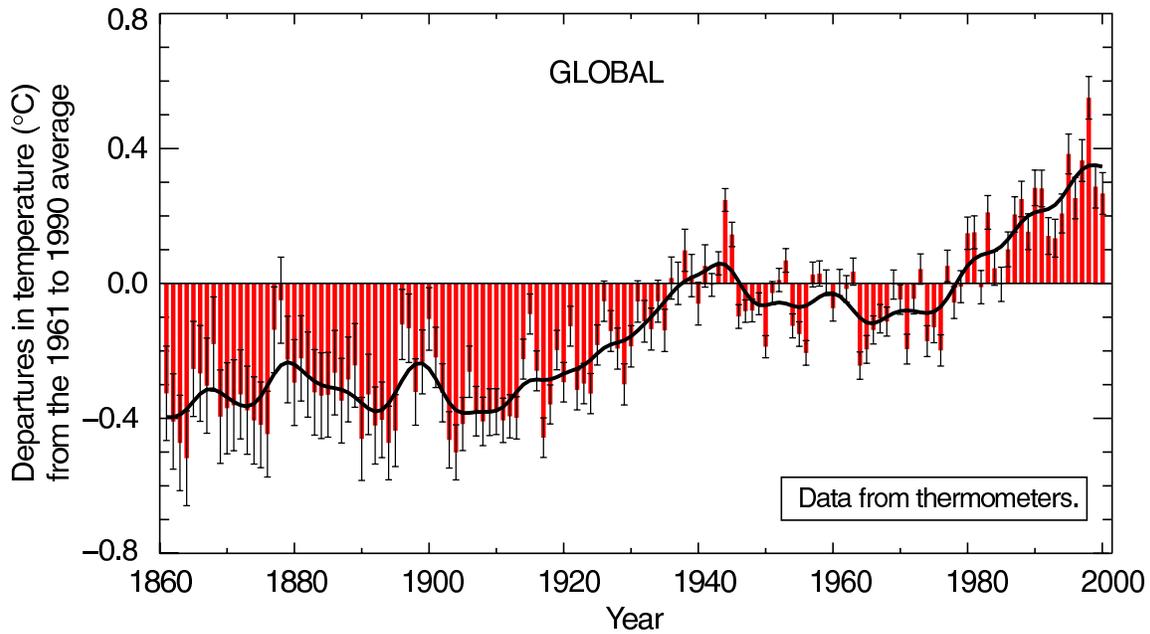
Dans ce contexte, la compréhension des mécanismes des changements climatiques apparaît indispensable. L'objectif est d'évaluer la variabilité naturelle du climat afin de mieux cerner les changements climatiques qui sont réellement imputables à l'action anthropique, mais également de pouvoir prédire les modifications climatiques des prochains siècles.

L'étude des climats passés, ou paléoclimatologie, a fourni, depuis plusieurs décennies, de nombreux résultats pertinents vis à vis de la compréhension du climat. Elle s'appuie sur deux volets. Le premier est la collecte de données provenant de différentes sources : glaces polaires, sédiments océaniques, sédiments lacustres, pollens, coraux, concrétions calcaires présentes dans les grottes... Ces données nous donnent des informations, souvent difficiles à traduire, sur une grande variété de paramètres climatiques : niveau des mers ou volume de glace, température, précipitations, accumulation de neige, intensité des vents... L'autre volet de la paléoclimatologie consiste en la conception d'une hiérarchie de modèles climatiques de complexités différentes (0D–3D).

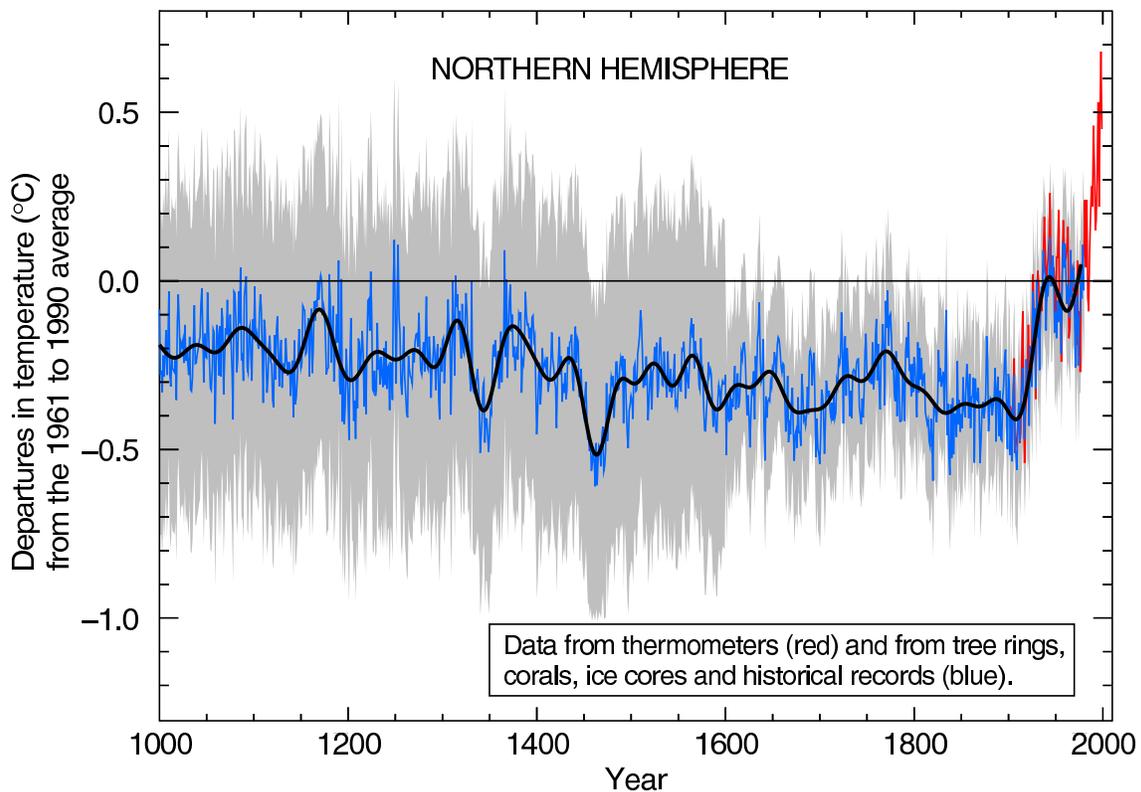
La première partie de notre recherche concerne les carottages polaires profonds, qui permettent la reconstitution de paramètres climatiques sur plusieurs centaines de milliers d'années. Le but de ce travail a été d'améliorer la chronologie de ces forages, c'est à dire l'obtention d'une relation profondeur – âge. La deuxième partie concerne l'étude de modèles conceptuels de climat global, c'est à dire les modèles les plus simples, qui soient capables de reproduire certains paramètres climatiques, comme le niveau des mers, la température en Antarctique ou le CO<sub>2</sub>, pour le dernier

# Variations of the Earth's surface temperature for:

## (a) the past 140 years



## (b) the past 1,000 years



**Illustration 0.1** Variations de la température moyenne de surface de la terre au cours : (a) des 140 dernières années et (b) des 1 000 dernières années. D'après IPCC [2001].

million d'années.

La réalisation de ce travail s'est faite au Laboratoire des Sciences du Climat et de l'Environnement (CEA–CNRS, Saclay) et au Laboratoire de Glaciologie et Géophysique de l'Environnement (CNRS, Grenoble). Nous avons été initié aux modèles de mécanique de la glace et de densification du névé au LGGE, et au LSCE pour ce qui concerne les méthodes inverses, les datations des enregistrements paléoclimatiques et les modèles conceptuels de climat.

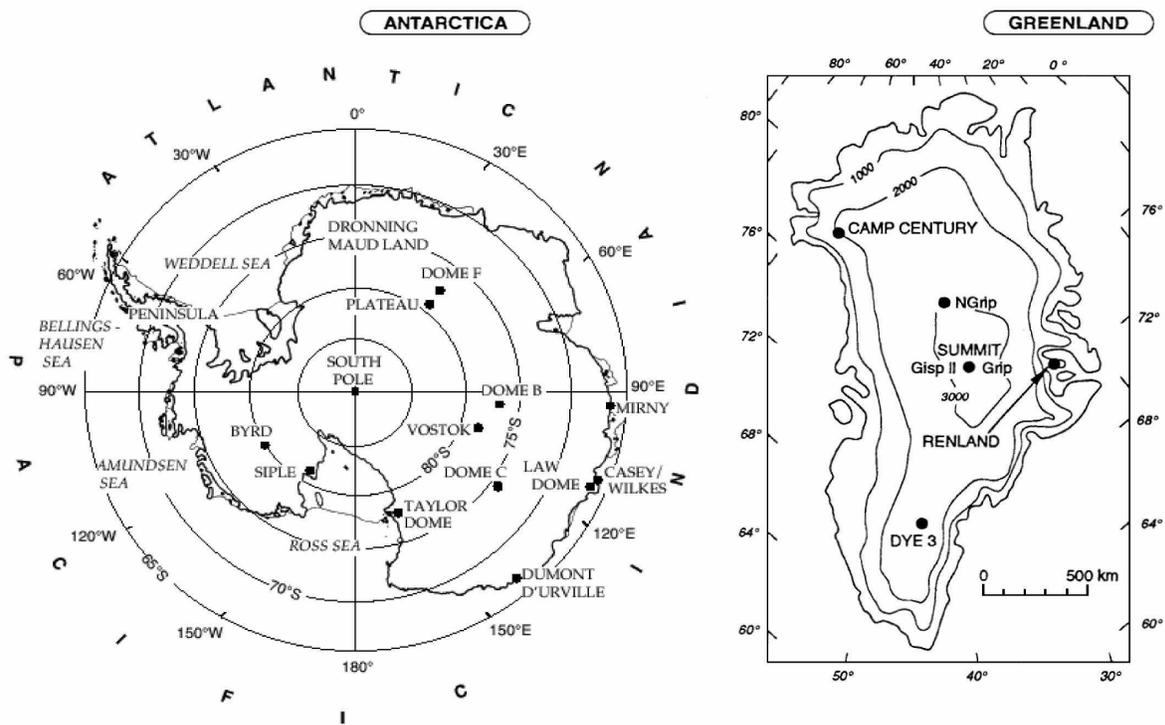
Dans ce premier chapitre d'introduction, nous allons expliquer l'intérêt et le contexte de ce travail. Nous parlerons tout d'abord des forages polaires profonds, et de leurs apports pour la compréhension du climat. Nous rappellerons ensuite brièvement la théorie astronomique des paléoclimats, et nous énumérerons ses paradoxes. La section suivante sera consacrée aux modèles conceptuels ; après un historique rapide sur le sujet, nous verrons leurs intérêts, puis les objectifs que nous nous sommes fixés dans ce travail. Enfin nous ferons une revue des différentes méthodes utilisées pour dater les forages profonds, et nous proposerons une méthode de datation « fédérative », c'est à dire qui vise à utiliser toutes les informations chronologiques disponibles. Elle sera basée sur l'application d'une méthode inverse au modèle de datation glaciologique.

## ***0.2. Les calottes glaciaires, archives des paléoclimats***

La neige s'accumule d'année en année sur les calottes polaires, se transformant en glace, et enfouissant des paramètres des climats passés. On peut lire ainsi dans la glace des calottes polaires l'histoire climatique de la Terre, remontant dans le passé au fur et à mesure que l'on analyse de la glace de plus en plus profonde. Les conditions d'archivages sont exceptionnelles car l'accumulation est continue dans les régions centrales (pas de fusion), mais il faut tenir compte de l'écoulement de la glace.

### **0.2.1. Histoire des forages polaires**

Dès les années 60, les scientifiques ont compris le potentiel de cette formidable archive. Mais le nombre de forages profonds dans les calottes polaires reste, même à l'heure actuelle, restreint (voir Illustration 0.2). Forer dans la glace à des profondeurs de plusieurs kilomètres reste en effet une opération de haute technicité à réaliser dans des sites particulièrement inhospitaliers et d'accès



**Illustration 0.2** Cartes de l'Antarctique et du Groenland avec les différents sites de forages profonds.

difficile. Pénétration, récupération de la carotte et des copeaux, utilisation d'un fluide pour éviter la fermeture du trou par le fluage de la glace, sont autant de difficultés que seules quelques équipes au monde ont su maîtriser.

On doit les deux premiers forages aux Américains. En 1966, le socle rocheux est atteint à Camp Century, au nord-ouest du Groenland, avec un carottage de 1390 m [Dansgaard et al., 1969]. En 1968, sont extraits plus de 2000 m de carotte à la station Byrd en Antarctique de l'Ouest [Epstein et al., 1970]. Dans les deux cas, une large partie de la dernière période glaciaire fut couverte.

Puis, au début des années 1970, commence le forage Vostok en Antarctique de l'Est. Cette station soviétique, située à une altitude de 3488 m, détient le record de la température terrestre la plus froide mesurée ( $-89.7^{\circ}\text{C}$ ), la température moyenne annuelle de l'air étant de l'ordre de  $-55.5^{\circ}\text{C}$ . Dû à un très faible taux de précipitations (6 cm de neige par an, soit  $\sim 2$  cm de glace par an), Vostok est un excellent site pour remonter loin dans le passé. Malgré les conditions très hostiles et un accès difficile, les Soviétiques y installent une station permanente et réalisent des forages de plus en plus profonds : 500 m en 1970 [Barkov, 1973], et 950 m en 1974 [Barkov and Gordienko, 1976].

En 1978, les Français se lancent dans la course, et en moins de deux mois, une carotte de 900 m est extraite au Dôme Concordia, en Antarctique de l'Est [*Lorius et al.*, 1979].

Entre 1979 et 1981, le second forage profond au Groenland est réalisé par les Danois à la station Dye 3, avec une collaboration américaine et suisse, pour plus de 2 km de glace, soit près de 100 000 ans. Mais l'âge et l'origine de la glace formée sont très difficiles à déterminer car cette région côtière est très accidentée et la glace profonde provient du centre du Groenland. Les enregistrements ne sont en fait guère exploitables au-delà de 50 000 ans.

Puis en 1982, les Français s'associent au forage de Vostok, qui bénéficiera plus tard du soutien logistique américain. Le troisième forage dépasse alors 2 000 m en 1983. Pour la première fois dans l'histoire, une carotte de glace permet de reconstituer l'histoire du climat et de l'environnement sur un cycle climatique complet : 160 000 ans [*Lorius et al.*, 1987 ; *De Angelis et al.*, 1985; *Jouzel et al.*, 1987 ; *Barnola et al.*, 1987 ; *Chappellaz et al.*, 1990]. Ce forage et le suivant devront être arrêtés à des profondeurs respectives de 2 200 et 2 500 m à cause de la fermeture progressive du trou. Malgré ces déboires, le programme Vostok auquel se sont joints les scientifiques américains se poursuit. Un nouveau forage, le cinquième, atteint en septembre 1993 la profondeur de 2 755 m et de la glace vieille de 250 000 ans [*Jouzel et al.*, 1996]. La poursuite de ce 5<sup>ème</sup> trou parviendra à son terme en 1998, avec une profondeur de 3623 m, soit environ 80 m au-dessus du lac sous-glaciaire présent dans la région de Vostok. Les enregistrements climatiques de ce forage ont été analysés jusqu'à 3310 m. La glace est perturbée en-dessous de cette profondeur, puis formée tout au fond du forage par de la glace de regel du lac. La glace à 3310 m a un âge d'environ 420 000 ans [*Petit et al.*, 1999]; c'est donc la glace analysée la plus vieille à l'heure où nous écrivons ces lignes.

Au début des années 1990, les opérations de forages reprennent au Groenland. Pour des raisons logistiques, les deux précédents forages groenlandais ont été réalisés dans des régions côtières. Mais la région centrale où l'épaisseur de glace est maximum est potentiellement plus intéressante, car c'est l'endroit où l'on peut espérer forer de la glace la plus ancienne et la moins perturbée. C'est ainsi que démarrent deux projets concurrents de forage dans cette région centrale en deux sites distants de 28 km : GRIP (Greenland Ice Core Project) dans le cadre d'une collaboration entre partenaires européens, et l'autre, GISP2 (Greenland Ice Sheet Program), projet américain. Le forage européen atteindra le socle (3 028.8 m) en juillet 1992 [*GRIP Members*, 1993], et le forage américain l'été suivant [*Grootes et al.*, 1993]. Mais aucun des deux forages ne couvrira de manière satisfaisante la dernière période chaude du climat (Eemien), datée à environ 125 000 ans BP<sup>1</sup>.

De 1993 à 1997, une équipe japonaise se lance dans l'aventure des forages profonds en

---

1 Par convention, les années BP (Before Present) sont comptées à partir de l'année référence 1950. Par exemple, l'année 1800 est datée à 150 ans BP.

Antarctique. Une carotte de 2503 m est remontée en surface à Dôme Fuji (Antarctique de l'Est), couvrant les 3 derniers cycles climatiques [Watanabe *et al.*, 1999]. Malheureusement, le carottier coincé à cette profondeur empêchera la poursuite du forage.

En 1996, un nouveau programme démarre au Groenland sous le nom de North GRIP, le site de forage étant situé à une centaine de kilomètres au nord de l'ancien forage de GRIP. Le but est d'avoir un enregistrement de l'Eemien aussi bon que possible. Le forage se bloque malheureusement à la fin de la première saison (1997) à une profondeur de 1372 m. Il reprend alors deux ans plus tard, pour atteindre en 2001 la profondeur de 3001 m. Le forage devrait reprendre l'année prochaine (2003) pour tenter de forer les 80 m restant au-dessus du socle rocheux.

En 1998, dans le cadre du programme européen EPICA, un carottage profond à Dôme C est entrepris, à une cinquantaine de kilomètres de l'ancien site de forage. Après des débuts difficiles, la mission a finalement réussi à atteindre lors de cette saison 2001–2002 la profondeur de 2872 m, ce qui correspond sans doute, comme nous le verrons plus loin, à un âge d'environ 530 000 ans, soit un cycle climatique de plus que pour Vostok ! De plus, ce forage devrait permettre d'étudier le stade isotopique marin 11 (il y a environ 420 000 ans), une période climatique très particulière du dernier million d'années, et qui comporte beaucoup de similitudes avec la période actuelle. Ce forage se poursuivra l'année prochaine et couvrira peut-être, nous l'espérons, plusieurs autres cycles climatiques...

### **0.2.2. L'apport des forages polaires en paléoclimatologie**

Les informations tirées des glaces polaires sont multiples. Tout d'abord, les bulles d'air prisonnières de la glace sont d'authentiques échantillons de l'atmosphère du passé. Elles permettent ainsi de reconstituer l'évolution des concentrations en CO<sub>2</sub>, méthane et N<sub>2</sub>O de l'atmosphère, et donc d'appréhender le lien qui a existé dans le passé entre climat et gaz à effet de serre. Par ailleurs, la composition isotopique des gaz nous renseigne sur le niveau des mers et l'activité biologique grâce à l'oxygène 18 du dioxygène, et sur les mécanismes de production et destruction de méthane au travers du carbone 13 du méthane. Le contenu des neiges en aérosols (par les mesures de Na<sup>+</sup>, Cl<sup>-</sup>, Ca<sup>2+</sup>, SO<sub>4</sub><sup>2-</sup>, NO<sub>3</sub><sup>2-</sup>, acidité, <sup>10</sup>Be, poussières) nous renseigne sur la chimie de l'atmosphère, la circulation atmosphérique, le calendrier des éruptions volcaniques et les mécanismes de production des isotopes cosmogéniques. Enfin, l'analyse des isotopes stables de la glace (deutérium et oxygène 18), permet de déduire la température locale au moment où la neige est tombée, mais aussi des informations complémentaires concernant les sources océaniques d'évaporation.

Les apports des forages profonds dans l'étude des mécanismes climatiques sont très

nombreux, et il n'est pas question ici d'en faire une liste exhaustive. Nous en résumerons simplement les grands traits.

Au début de la décennie 1980, le lien entre variations orbitales de la Terre et variations climatiques, déjà observé dans les carottes océaniques, a été confirmé par le forage Vostok.

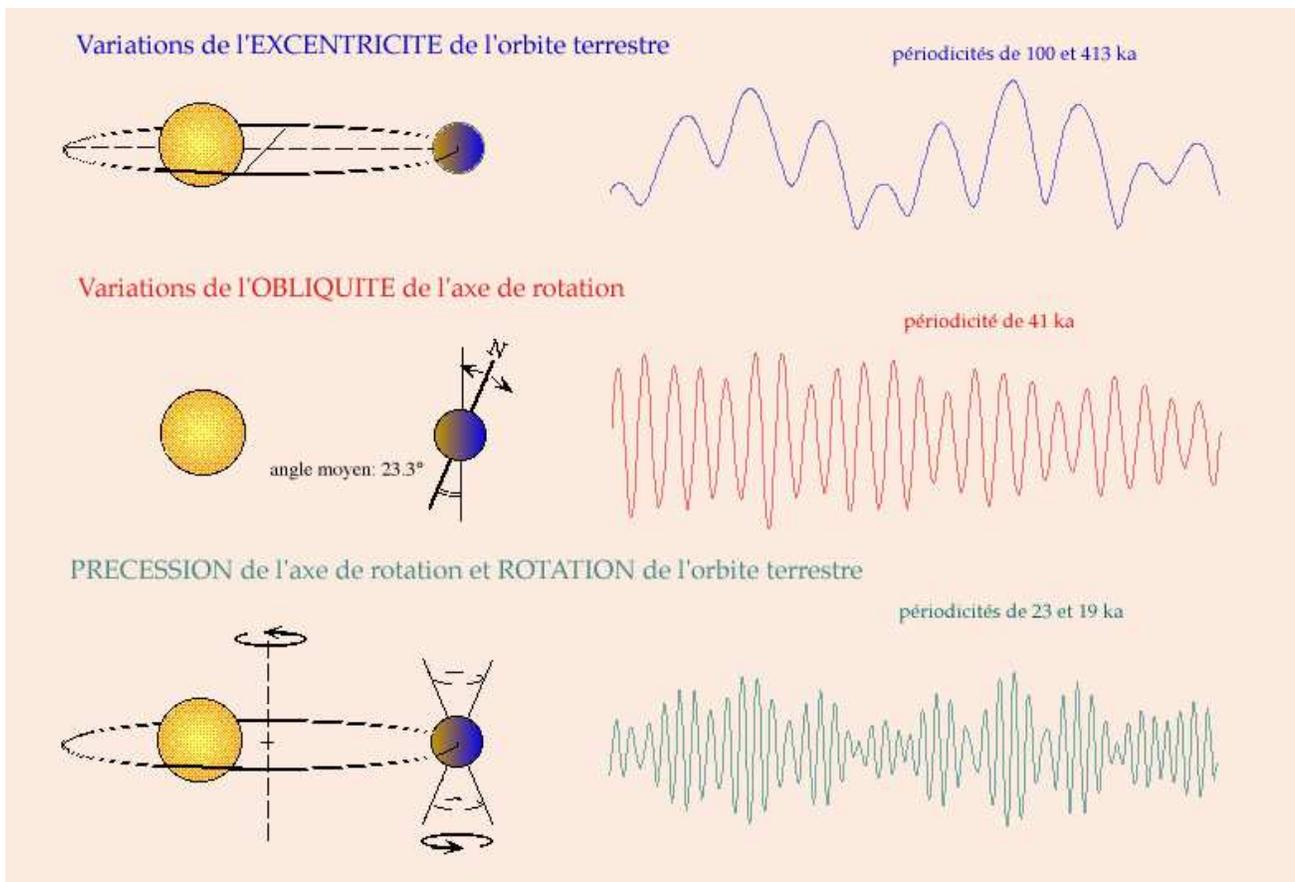
A la fin des années 1980, la relation très étroite entre climat de la Terre et concentration des gaz à effet de serre a été démontrée à l'échelle des cycles climatiques. En effet, les mesures faites sur la carotte de Vostok en Antarctique de l'Est ont révélé l'existence d'une corrélation remarquable entre les teneurs en CO<sub>2</sub> et méthane et les estimations du changement de température [Barnola et al., 1987 ; Chappellaz et al., 1990]. Sachant que les teneurs en gaz carbonique et méthane ont atteint ces dernières années des niveaux jamais atteints jusqu'alors au cours des dernières centaines de milliers d'années, ces recherches ont, grâce à leur mise en perspective, accru la prise de conscience de l'action probable de l'homme sur le climat de la Terre. Toutefois, des questions subsistent sur la relation entre climat et gaz à effet de serre et justifient les nombreuses recherches en cours.

Enfin, durant les années 1990, les carottages polaires au Groenland ont mis en évidence l'existence de variations rapides de climat dans l'Atlantique Nord, de plus de 10 degrés en l'espace de quelques dizaines d'années [Dansgaard et al., 1993]. Cette découverte a changé considérablement notre vision du climat de la Terre. Nous savons maintenant qu'il ne varie pas seulement à des échelles de temps très grandes devant la durée de vie d'un homme. Il peut receler des variations brusques, fruit d'interactions compliquées entre les différentes composantes du système climatique, qui pourraient, si elles survenaient dans le futur, engendrer des catastrophes économiques, sociales et humaines à l'échelle de la planète.

## **0.3. La théorie astronomique des paléoclimats**

### **0.3.1. Variations orbitales et variations d'insolation**

L'orbite de la Terre ne suit pas une ellipse identique au cours des années, à cause de l'attraction gravitationnelle des autres planètes du système solaire et de la Lune. Pour calculer l'insolation en un jour donné et pour une latitude choisie, il faut connaître trois paramètres astronomiques (voir Illustration 0.3) :



**Illustration 0.3** Paramètres orbitaux de la Terre. **(En haut)** L'orbite de la Terre décrit une ellipse dont l'excentricité varie de 0 (cercle) à environ 0.06. Ce paramètre varie avec des périodes voisines de 100 000 ans et 400 000 ans. **(Au milieu)** L'axe de rotation de la Terre est incliné par rapport à la perpendiculaire au plan de l'écliptique, actuellement de  $23^{\circ}27'$ . Cet angle varie au cours du temps entre  $22^{\circ}$  et  $25^{\circ}$  avec une période d'environ 41 000 ans. Ce sont surtout les hautes latitudes qui sont sensibles aux variations de ce paramètre responsable de la nuit polaire et du soleil de minuit. **(En bas)** La position des solstices et des équinoxes se déplace sur l'orbite terrestre au cours du temps avec une périodicité de 19 000 ans et 23 000 ans et induit des variations de l'énergie solaire reçue à chaque saison. Ainsi, le maximum d'insolation de la Terre est reçu actuellement en plein solstice d'hiver de l'hémisphère nord. Il y a 11 000 ans, la Terre recevait ce maximum d'insolation en été boréal. Extrait de Cortijo [1998].

- l'excentricité (périodes de variation principales  $\sim 100\,000$  ans et  $\sim 400\,000$  ans) mesure l'aplatissement de l'orbite elliptique de la Terre autour du soleil ;
- l'obliquité (période de variation principale  $\sim 41\,000$  ans) représente l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre par rapport à l'écliptique<sup>2</sup> ;
- la précession des équinoxes (périodes principales  $\sim 19\,000$  ans et  $\sim 23\,000$  ans) indique la position de la Terre sur son orbite au début du printemps (par rapport au périhélie).

L'évolution de ces paramètres au cours des dernières et des prochaines centaines de milliers d'années est maintenant bien connue [Berger, 1978 ; Laskar, 1990]. Nous avons donc accès

<sup>2</sup> L'écliptique est le plan qui contient l'ellipse de rotation de la Terre autour du Soleil.

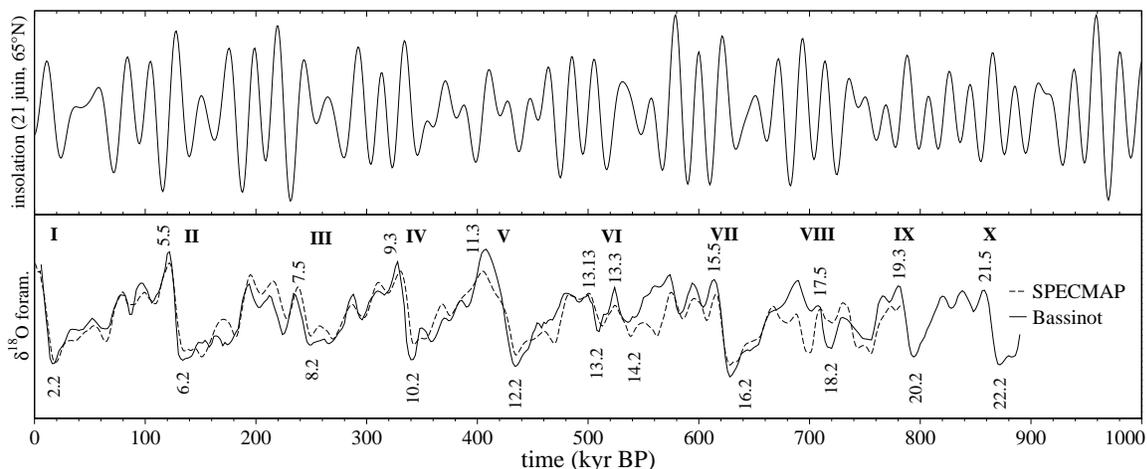
facilement aux variations d'insolation en toute latitude et à toute saison au cours de cette période<sup>3</sup>.

### 0.3.2. La théorie de Milankovitch

L'analyse isotopique des coquilles de foraminifères déposés sur les fonds marins [Emiliani, 1955] a permis de montrer que durant le dernier million d'années, le climat de la Terre a oscillé entre périodes glaciaires et interglaciaires, avec des interglaciaires apparaissant approximativement tous les 100 000 ans (Illustration 0.4). De plus, les enregistrements marins ont mis en évidence des périodes voisines de 40 000 et 20 000 ans [Hays et al., 1976], confirmant l'idée d'un lien entre grands cycles climatiques du Quaternaire et variations d'insolation, émise par Milutin Milankovitch au début du siècle. Dans la théorie de Milankovitch, la succession des âges glaciaires et interglaciaires est gouvernée par les variations de l'insolation d'été aux hautes latitudes de l'hémisphère nord. En effet, les contrastes d'insolation d'été à 65°N seraient suffisamment forts pour influencer le développement sur les continents d'immenses calottes disparaissant lors des interglaciaires, le fort pouvoir réfléchissant de la surface blanche de ces calottes jouant le rôle d'amplificateur des variations d'insolation. Ainsi, le forçage radiatif lié à l'insolation, relativement modeste à l'échelle globale (l'insolation annuelle moyennée sur toute la Terre n'a varié que de 0.2 % maximum au cours du dernier million d'années), mais pas à l'échelle locale, engendrerait des variations de la température de 4 à 5 °C en moyenne sur le globe .

---

3 Les insolutions en toute saison et en toute latitude ont été obtenues dans ce travail grâce au logiciel gratuit AnalySeries [Paillard et al., 1996].



**Illustration 0.4** Illustration de la théorie de Milankovitch. **En haut**, insolation le 21 juin à 65°N [Berger, 1978]. **En bas**, enregistrements d’oxygène 18 des coquilles de foraminifères [SPECMAP, Imbrie et al., 1984 ; Bassinot et al., 1994], qui peuvent être vus comme une approximation du niveau des mers. Les chiffres romains représentent les terminaisons climatiques. Les chiffres arabes marquent les stades isotopiques marins.

### 0.3.3. Les paradoxes

Même si la théorie astronomique des paléoclimats explique une bonne part des variations climatiques observées dans les données, elle laisse cependant plusieurs zones d’ombre.

Un paradoxe mis en évidence très rapidement par les paléoclimatologues est le « problème du 100 000 ans ». En effet, cette fréquence domine la plupart des enregistrements climatiques, alors qu’elle est peu présente dans les variations d’insolation. De plus, ces cycles de 100 000 ans apparaissent de manière asymétrique, avec des glaciations lentes suivies de déglaciations rapides, mettant en évidence le caractère non linéaire de la réponse climatique aux changements d’insolation.

Un autre paradoxe étroitement lié, que nous détaillerons dans le chapitre concernant les modèles conceptuels, est le « problème du 400 000 ans ». Cette fréquence est présente dans les variations d’insolation, mais absente dans les enregistrements climatiques. Nous verrons même que les variations climatiques à 400 000 ans sont opposées à celles de l’insolation : les changements de volume de glace furent les plus forts quand les variations d’insolation furent les moins importants. De manière général, il n’y a pas de lien direct entre l’amplitude d’un extremum d’insolation et

l'amplitude de l'extremum climatique correspondant.

Un troisième problème a été soulevé par deux études récentes concernant les déphasages existant entre changement d'insolation et changement climatique. En effet, il semble que la remontée du niveau des mers avant le dernier interglaciaire (stade 5.5) ait été « en avance » par rapport à l'augmentation d'insolation d'été à 65°N [Henderson and Slowey, 2000], alors que le stade 7.5, lui, semble en retard par rapport au forçage de l'insolation [Robinson et al., 2002]. Comment peut-on expliquer ces variations de phase dans le cadre de la théorie de Milankovitch ?

Finalement, alors que la théorie de Milankovitch prédit que ce sont les hautes latitudes nord qui pilotent le climat, le faisant osciller entre glaciaires et interglaciaires, de plus en plus d'études suggèrent un rôle très important de l'hémisphère sud [Petit et al., 1999 ; Shackleton, 2000 ; Paillard, 2001]. En effet, les événements climatiques aux hautes latitudes sud précèdent les variations de volume de glace, aussi bien pendant les transitions glaciaire-interglaciaire [Pépin et al., 2001] que pour l'ensemble des variations orbitales [Shackleton, 2000] au cours des 4 derniers cycles climatiques.

## **0.4. Modèles conceptuels de climat**

### **0.4.1. Intérêt**

Il existe toute une hiérarchie de modèles de complexités différentes, des modèles simples (0D ou 1D), jusqu'aux Modèles de Circulation Générale (MGC ou GCM en anglais), en passant par les modèles de complexité intermédiaire. Les *modèles conceptuels de climat* sont les plus simples de ces modèles. Ils ne comportent que quelques variables, et leur représentation des phénomènes physiques est rudimentaire. Ils permettent cependant de faire une description mathématique des données climatiques.

Pour bien comprendre à quoi peuvent servir de tels modèles si simplifiés, pensons à l'exemple de Kepler. Ce dernier, bien avant que Galilée et Newton aient établi la loi de la gravitation universelle, a exprimé des propriétés mathématiques relatives aux observations qu'il faisait des planètes de notre système solaire :

- les planètes ont des orbites en forme d'ellipse autour du Soleil ;
- le rayon vecteur balaie des aires égales en des temps égaux ;
- le carré de la période de rotation des planètes est proportionnel au cube du demi grand axe.

Ces observations ne répondent pas à la question du fonctionnement physique du système, mais se contentent d'en faire une description. Pourtant, par déduction, on peut retrouver à partir de ces lois la décroissance en  $1/r^2$  de la force gravitationnelle.

Les modèles conceptuels procèdent du même principe. Ils forment pour nous une description mathématique des données climatiques qui est un premier pas vers la compréhension physique du système. Ils mettent en évidence des phénomènes, qui peuvent être ensuite reproduits dans des modèles physiques plus compliqués, comme les modèles de complexité intermédiaire.

Nous verrons par ailleurs que les modèles conceptuels peuvent extrapoler des paramètres climatiques sur plusieurs centaines de milliers d'années, comme la température antarctique depuis un million d'années, ou encore le niveau des mers prédit pour le futur.

## 0.4.2. Historique

En suivant la théorie de Milankovitch, plusieurs modèles ont essayé de reproduire les variations de volume de glace à partir des changements d'insolation à 65°N.

Basé sur l'idée d'une croissance lente et d'une décroissance rapide des calottes, le modèle de *Calder* [1974] arrive à reproduire un cycle à 100 000 ans. Mais les stades durant lesquels le volume de glace est minimum sont beaucoup trop nombreux.

Quelques années plus tard, *Imbrie and Imbrie* [1980] publièrent un modèle plus robuste basé sur la même idée, et qui est en bon accord avec les données de volume de glace sur le dernier cycle climatique. Malheureusement, l'accord est moins bon pour les autres cycles. En particulier, il y a une cyclicité forte à 400 000 ans, mais faible à 100 000 ans, ce qui illustre bien le problème du 400 000 ans. Ceci amène un changement de volume de glace faible pour la transition 12–11, en complète contradiction avec les données qui montrent le changement le plus important du dernier million d'années.

Avec une autre approche, la réponse isostatique du socle sous le poids de la calotte de glace fut utilisée par *Oerlemans* [1980] pour expliquer l'apparente asymétrie du cycle à 100 000 ans, avec un accroissement lent des calottes et une déglaciation rapide. Mais cet auteur suppose une constante de temps de relaxation du manteau terrestre de 50 000 – 100 000 ans, ce qui ne correspond pas aux valeurs typiques mesurées de quelques milliers d'années seulement [*Le Meur and Huybrechts*, 1996].

Pour la première fois, *Paillard* [1998] réussit à reproduire convenablement les cycles glaciaire – interglaciaire du dernier million d'années, à la bonne époque et avec approximativement la bonne

amplitude. Son modèle est basé sur la notion d'équilibres multiples dans le système climatique et de phénomènes de seuils. En outre, ce modèle explique la forte variation de volume de glace lors de la terminaison V : dû au faible minimum d'insolation durant cette période, le climat de la Terre serait resté anormalement longtemps dans un état « interglaciaire ». Le faible volume de glace au stade 11 proviendrait donc de la durée, et non de l'amplitude de l'interglaciaire. Remarquons que ce modèle apporte des résultats fondamentaux quant à l'évolution du climat dans le futur. Il montre que nous pourrions faire basculer le système climatique dans un état très différent, et ce de manière irréversible ou difficilement réversible, en raison des phénomènes de seuil.

### **0.4.3. Objectif du travail sur les modèles conceptuels**

Nous inspirant du modèle de *D. Paillard* [1998], nous avons cherché à expliquer les paradoxes de la théorie astronomique des paléoclimats grâce aux modèles conceptuels. Notre objectif a été de construire un modèle simple :

- qui reproduise plus finement les variations d'amplitude du volume de glace ;
- qui soit capable de produire des variations de phases entre les changements d'insolation et les changements de climat ;
- qui prenne en compte le cycle du CO<sub>2</sub> et la température antarctique.

## **0.5. Datation des forages glaciaires**

Si la théorie astronomique des paléoclimats a été au départ confirmée par les forages océaniques, les carottages polaires ont apporté, depuis une trentaine d'années, de nombreux résultats pertinents, comme l'évolution des teneurs atmosphériques en gaz à effet de serre. Dans ce contexte en particulier, il est primordial de disposer de datations précises des forages profonds. Elles permettent de mieux évaluer les déphasages existant entre variations du climat et variations d'insolation. En particulier, il est important de savoir si ces déphasages varient dans le temps, et si la datation des terminaisons climatiques est en retard ou en avance par rapport aux changements d'insolation. De plus, une datation précise permet de bien évaluer l'enchaînement des événements lors des changements climatiques et de comprendre les processus physiques en jeu.

Nous distinguerons dans la suite de ce travail une datation *absolue*, c'est-à-dire un âge à une profondeur donnée, d'une datation *relative*, c'est à dire la corrélation à un autre enregistrement temporel. Pour bien comprendre le lien constaté entre changements d'insolation et changements

climatiques lors des grandes transitions, une datation absolue précise est nécessaire, tandis que des datations relatives suffisent pour comprendre l'enchaînement des événements climatiques et l'influence des différents effets rétroactifs lors de ces transitions.

La datation d'un forage comporte en fait deux volets. Le névé, partie supérieure de la calotte d'une hauteur d'environ 100 m, est poreux, et par conséquent, ce n'est qu'à la base de ce névé que les bulles d'air sont piégées. Ainsi, dans une carotte, la glace et l'air d'une même époque se retrouvent décalés en profondeur (on appelle  $\Delta_{\text{prof}}$  cette différence de profondeur), et l'âge des bulles de gaz est inférieur à l'âge de la glace qui l'entoure. Cette différence (appelée  $\Delta_{\text{âge}}$ ) peut atteindre ~7000 ans pour les forages du centre de l'Antarctique et durant les périodes glaciaires. Une estimation précise du  $\Delta_{\text{âge}}$  permet de mieux estimer les déphasages éventuels entre gaz à effet de serre et climat, et d'apporter des éléments précieux pour l'étude de la corrélation entre les deux hémisphères.

Différentes méthodes de datation ont été utilisées depuis le début des forages polaires, que l'on peut regrouper en 5 catégories :

- Les datations par comptage des couches annuelles. Comme il est fait pour les cernes d'arbres et bien d'autres enregistrements paléoenvironnementaux, le comptage des couches annuelles est la solution la plus naturelle, dès lors qu'un paramètre présente des variations saisonnières bien marquées. Cette méthode a donc été appliquée, pour des périodes récentes, aux forages à fort taux d'accumulation, c'est à dire les forages groenlandais et les forages antarctiques situés dans des régions côtières.
- La reconnaissance d'horizons repères. On retrouve notamment dans les glaces polaires des couches de cendres correspondant à des éruptions volcaniques importantes ou proches du pôle en question. Si une telle éruption peut être identifiée et datée, on dispose d'un point de contrôle sur la chronologie du forage à une profondeur donnée. Cette méthode s'applique aux derniers milliers d'années, période durant laquelle les éruptions volcaniques sont bien documentées et datées. Mais au-delà, l'identification des éruptions devient très difficile, et la datation peu précise.
- Les datations par corrélation à un autre enregistrement environnemental. Ces datations relatives peuvent devenir absolues si ce deuxième enregistrement est lui-même daté. Les enregistrements climatiques datés avec certitude à moins de 1 000 ans près au delà du dernier maximum glaciaire étaient inexistantes jusqu'à il y a quelques mois, alors que deux études très récentes de spéléothèmes datés par une méthode Uranium–Thorium semblent arriver à des précisions remarquables pour la dernière période glaciaire, jusqu'à environ 70 000 ans [Wang *et al.*, 2001 ; Genty *et al.*, soumis].

- Les datations dites par *calage orbital* (*orbital tuning* en anglais). Puisque les cycles orbitaux de la Terre se retrouvent dans certains enregistrements climatiques, l'idée est simplement de corrélérer ces enregistrements avec une courbe d'insolation. Cette méthode permet donc, si les fréquences orbitales sont bien présentes dans le signal, d'avoir une datation tout au long du forage avec une précision constante de quelques milliers d'années, limite de l'hypothèse d'un déphasage constant entre variation d'insolation et changement climatique. L'inconvénient de cette méthode, c'est qu'elle ne permet pas, par définition, d'évaluer les variations de ce déphasage, information essentielle pour bien comprendre les variations climatiques passées et le rôle de l'insolation. D'autre part, l'évaluation de la durée des événements est très incertaine.
- La datation par modélisation physique de l'écoulement glaciaire et de l'accumulation. Les modèles tiennent compte à la fois de l'amincissement des couches à mesure qu'elles s'enfoncent dans la calotte, et de la variation de l'accumulation de surface en fonction du temps. La modélisation de l'amincissement se fait à partir des équations de la mécanique. Le taux de précipitations au-dessus des calottes polaires, quant à lui, est gouverné par la quantité de vapeur d'eau présente dans l'atmosphère, qui dépend directement de la pression de vapeur saturante, et donc de la température des masses d'air. La température, comme il a été dit plus haut, peut elle même être évaluée à partir des isotopes de la glace. Finalement, l'évaluation de la différence âge gaz – âge glace est obtenue par modélisation de la densification de la neige dans le névé. L'avantage de la datation par modélisation est qu'elle est obtenue par des équations physiques. Par conséquent, l'épaisseur des couches annuelles, et donc la durée des événements climatiques, est évaluée de manière réaliste. Cependant, en raison de la mauvaise connaissance de certains paramètres de ces modèles, comme la fusion et le glissement à la base de la calotte pour le modèle d'amincissement, ou la relation entre isotope et température pour le modèle de précipitation, l'incertitude des datations par modélisation devient rapidement importante. C'est pourquoi il est nécessaire de caler les paramètres méconnus des modèles grâce à certains points datés obtenus par les autres méthodes décrites plus haut.

Mais caler par tâtonnement les paramètres d'un modèle de datation pour coïncider avec certaines informations chronologiques indépendantes devient rapidement très difficile, dès lors qu'il y a quelques paramètres libres et que l'on doit prendre en compte les barres d'erreur différentes des informations chronologiques.

Dans ce travail de thèse, nous avons cherché à formaliser et systématiser cette approche, en utilisant une méthode inverse. L'idée générale de cette méthode est de tirer le meilleur parti de toutes les informations qui sont à notre disposition : les lois d'écoulement de la glace et d'accumulation de la neige d'une part, et les données chronologiques d'autre part. Nous

l'appellerons pour cette raison *méthode de datation fédérative*. Elle nous permettra de constituer une datation glaciologique « optimale », qui sera munie d'un intervalle de confiance dépendant des incertitudes des données chronologiques utilisées.

En outre, nous pourrons en déduire des informations sur les paramètres méconnus des modèles, comme sur la relation isotope de la glace – température de surface dans le passé, ou sur la fusion à la base de la calotte.

Cette méthode nous permettra également d'interpréter l'évaluation du  $\Delta_{\text{prof}}$  grâce aux mesures isotopiques en  $^{15}\text{N}$  et  $^{40}\text{Ar}$  des bulles de gaz, ou encore l'évaluation du  $\Delta_{\text{âge}}$  grâce aux corrélations d'enregistrements dans la glace et dans le gaz de deux forages différents. En effet, ces données apportent également des informations sur les variations d'accumulation et de température en surface, ou sur l'amincissement de la glace. Leur interprétation est donc entièrement liée à la datation, et il est impossible de traiter ces deux problèmes séparément.

## **0.6. Organisation du manuscrit**

Dans cette introduction, nous avons rappelé brièvement la théorie astronomique des paléoclimats et ses paradoxes, et le rôle des forages polaires profonds dans les reconstructions paléoclimatiques. Nous avons montré l'importance d'une datation précise de ces forages, et après avoir fait une rapide revue des différentes méthodes utilisées pour dater les forages profonds, nous avons proposé une méthode « fédérative » qui tente d'utiliser toutes les informations chronologiques disponibles. Cette méthode est basée sur l'application d'une méthode inverse à un modèle de datation glaciologique des forages profonds. Nous avons également rappelé les intérêts de la modélisation conceptuelle, et avons présenté les objectifs de notre travail sur ce sujet, destiné à expliquer certains paradoxes de la théorie astronomique des paléoclimats.

L'organisation du manuscrit sera la suivante :

Le premier chapitre sera dédié à la présentation des modèles de datation, et plus particulièrement ceux que nous utiliserons dans le reste de l'étude. Nous décrirons les modèles d'amincissement de la glace, les modèles de densification de la neige du névé, et les modèles de température et d'accumulation de surface.

Le second chapitre présentera les méthodes inverses, tout d'abord de manière générale, puis plus particulièrement leur application aux modèles de datation des forages polaires.

Les résultats seront présentés dans les chapitres suivants pour les forages de Vostok, Dôme F et Dôme C.

Pour Vostok, nous montrons que le modèle de datation ne peut reproduire certaines informations chronologiques relatives à la partie profonde du forage. Cela pourrait être dû à une variation spatiale de l'accumulation dans la région de Vostok. Par ailleurs, sous certaines hypothèses, nous confirmons l'utilisation de la relation spatiale isotope – température de surface pour le calcul des variations passées de température, et nous suggérons que les déphasages entre variations de l'insolation et variations du climat ont changé significativement durant le dernier cycle climatique.

Dans les deux chapitres suivant, nous établissons des chronologies optimales pour les forages de Dôme C et Dôme Fuji, et nous comparons ces résultats à la chronologie obtenue pour le forage de Vostok.

Le dernier chapitre est consacré aux modèles conceptuels de climat global du Quaternaire. Nous montrons que la présence conjointe d'un fort volume de glace et d'une forte insolation semble être la condition à l'entrée dans un état interglaciaire du climat, et nous tentons de comprendre pourquoi. Nous montrons que cette hypothèse permet de reproduire des variations d'amplitude du niveau des mers très réalistes pour le dernier million d'années, mais aussi des variations de phase entre changement d'insolation et changement de volume de glace. Par ailleurs, nous établissons des courbes « synthétiques » de température Antarctique et de CO<sub>2</sub> pour le dernier million d'années.



# Chapitre I : Les modèles glaciologiques de datation

Dater un forage signifie obtenir une relation profondeur – âge, c'est à dire déterminer l'âge du forage à toute profondeur. Comme il a été dit dans l'introduction, deux âges doivent être déterminés, celui de la glace et celui du gaz, différents à cause de la porosité du névé.

La datation d'un forage polaire se passe donc en deux temps : d'abord le calcul de l'âge de la glace à partir d'un modèle d'accumulation de la neige et d'amincissement de la glace, puis calcul de l'âge du gaz grâce à un modèle de névé. Le calcul de l'âge de la glace nécessite l'évaluation de l'accumulation, tout comme le calcul de la différence âge gaz – âge glace, qui nécessite également d'évaluer la température. Le calcul de la température et de l'accumulation, que l'on regroupera sous le nom de « signal climatique », est donc une étape préalable.

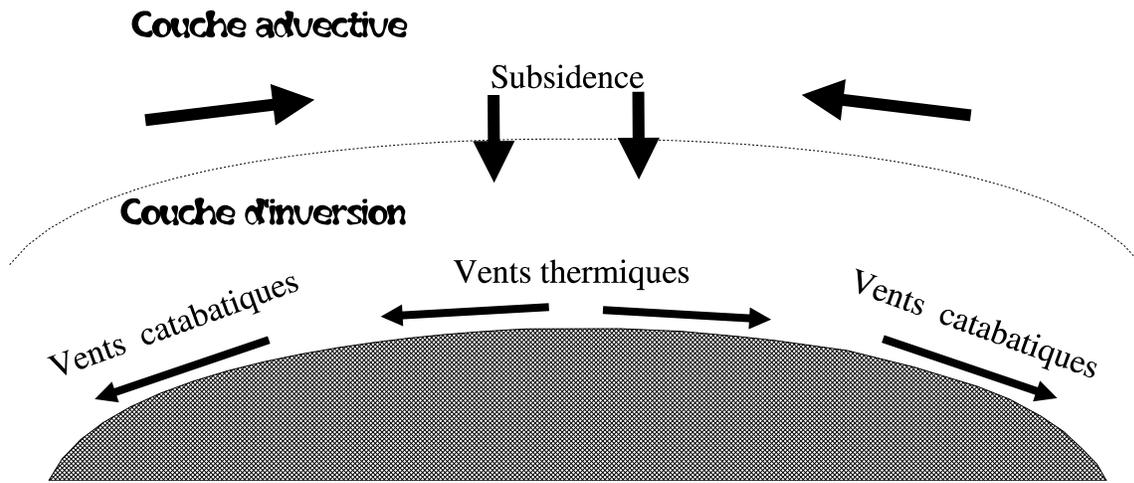
Nous allons détailler, pour chacune de ces étapes, les processus physiques qui sont en jeu et les modèles utilisés.

## ***1.1. Caractéristiques de la circulation atmosphérique au-dessus de l'Antarctique***

L'atmosphère de l'Antarctique présente une *couche d'inversion*, c'est-à-dire que la température croît avec l'altitude dans cette couche, dont l'épaisseur mesure environ 500 m.<sup>4</sup> La circulation en Antarctique est caractérisée par un écoulement des masses d'air froid du centre vers les côtes dans cette couche d'inversion (cf. Illustration I.1). Les vents thermiques sur le plateau, dus à l'inversion de température, sont en général distingués des vents catabatiques sur les bords. Ces derniers proviennent de l'écoulement par gravité le long de la pente de l'air froid et donc plus dense [Ritz, 1992]. Ce mouvement de l'air vers l'extérieur est compensé par l'arrivée d'un air relativement chaud dans la *couche advective* (au dessus de la couche d'inversion) et la descente de cet air dans les régions centrales, par *subsidence*.

En Antarctique, on considère en général que la précipitation naît dans la couche la plus chaude de l'atmosphère, et on suppose par conséquent que la température de condensation est la température

<sup>4</sup> Par exemple, à Vostok, la température d'inversion est de  $-39^{\circ}\text{C}$ , alors que la température moyenne de l'air au niveau du sol est  $-55^{\circ}\text{C}$  [Ritz, 1992].



**Illustration I.1** Schéma illustrant les caractéristiques de la circulation atmosphérique au-dessus d'une calotte polaire. Adapté de Ritz [1992].

au-dessus de la couche d'inversion.

## ***1.2. Évaluation de la température à la surface de la calotte***

Il convient tout d'abord d'expliquer ce que nous entendons par température de surface. La température de surface peut être mesurée de deux manières différentes :

- en moyennant la température mesurée au cours de l'année dans l'air à quelques mètres au-dessus de la surface,
- ou en mesurant la température à quelques mètres en-dessous de la surface, cette température étant à peu près indépendante de la saison à 10–20 m de profondeur.

Ces deux mesures peuvent donner des résultats sensiblement différents. Par exemple à Vostok, la température de l'air à quelques mètres au-dessus de la surface est  $\sim 1.5^{\circ}\text{C}$  supérieure à la température dans le névé. Ce phénomène pourrait s'expliquer par le déficit radiatif de la surface de la calotte qui, à cause de sa couleur blanche, emmagasine moins d'énergie par radiation qu'elle n'en renvoie. Le bilan d'énergie est donc équilibré grâce à un flux de chaleur par diffusion de l'air de surface vers la neige. Par ailleurs, cette différence est plus réduite dans les cas de Dôme C et Dôme F, ce qui suggérerait que les mesures faites pour Vostok sont imprécises, en particulier la mesure de

la température de l'air au cours du temps et le calcul de la moyenne de celle-ci. Dans notre cas, nous nous intéresserons essentiellement aux températures dans la partie supérieure du névé. En effet, tant pour la modélisation de la densification dans le névé, que pour la modélisation de la température dans la calotte, c'est ce paramètre qui nous intéresse. De plus, la mesure de cette température semble plus précise.

Nous allons voir qu'il existe plusieurs manières d'estimer la température de surface dans le passé, ces méthodes donnant des résultats voisins pour l'Antarctique [Jouzel *et al.*, in prep.]. La méthode classique consiste à utiliser la composition isotopique de la glace d'un forage, la composition isotopique de la neige de surface étant liée à la température de surface par une relation empirique. Pour la deuxième méthode, c'est la température mesurée dans le trou de forage qui permet de remonter à la température de surface. Nous verrons enfin comment on peut exploiter la composition isotopique de l'air extrait des bulles de gaz.

### **1.2.1. Le thermomètre isotopique**

Le *thermomètre isotopique*, c'est-à-dire l'utilisation des isotopes de l'eau comme marqueurs de la température d'un site, fait l'objet de nombreuses recherches depuis plus de trente ans. Il n'est pas question ici d'apporter de nouveaux éléments à ce sujet, mais plutôt de faire une modeste revue des principales découvertes, pour bien comprendre les limites de ce paramètre des modèles de datation glaciologique. Nous nous sommes inspirés de divers ouvrages faisant eux-mêmes une revue sur le sujet, notamment celui de Jouzel [1997].

#### **1.2.1.1. Les isotopes stables de l'eau**

La molécule d'eau est constituée de deux atomes d'hydrogène ( $^1\text{H}$  ou H) et un atome d'oxygène ( $^{16}\text{O}$  ou O). Ces deux éléments possèdent à l'état naturel des isotopes stables<sup>5</sup> : deutérium ( $^2\text{H}$  ou D) pour l'hydrogène, et oxygène 17 ( $^{17}\text{O}$ ) et oxygène 18 ( $^{18}\text{O}$ ) pour l'oxygène. Parmi les formes isotopiques de la molécule d'eau, seules HDO et  $\text{H}_2^{18}\text{O}$  présentent un intérêt dans le contexte d'études climatiques. Les différences de masse et de symétrie de ces molécules vont induire des fractionnements isotopiques lors des changements d'états au cours du cycle atmosphérique de l'eau. Les rapports isotopiques D/H et  $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$  sont communément appelés *teneur en deutérium* et *teneur en oxygène 18*, et sont exprimés en notation  $\delta$  (‰) par rapport au V-SMOW (*Vienna Standard*

---

<sup>5</sup> Un isotope stable est un atome qui ne subit pas de modification atomique au cours du temps. Il s'oppose aux isotopes radioactifs, comme le carbone 14 ( $^{14}\text{C}$ ), qui subissent naturellement une modification atomique.

Mean Ocean Water), standard de référence de composition proche de l'océan mondial :

$$\delta = \left( \frac{R_{\text{échantillon}}}{R_{\text{SMOW}}} - 1 \right) \times 1000$$

Les rapports isotopiques du V-SMOW [Craig, 1961 ; Hagemann et al., 1970 ; Baertschi, 1976] sont donnés par :

$$D/H_{\text{SMOW}} = 155.76 \text{ ppm}$$

$$^{18}\text{O}/^{16}\text{O}_{\text{SMOW}} = 2005.20 \text{ ppm}$$

Les pressions de vapeur saturante des molécules isotopiques HDO et H<sub>2</sub><sup>18</sup>O sont légèrement inférieures à celles de H<sub>2</sub>O. Il en résulte que la phase condensée, liquide ou solide, est, à l'équilibre, isotopiquement enrichie par rapport à la phase vapeur. Le coefficient de fractionnement,  $\alpha$ ,<sup>6</sup> ne dépend que de la température et du changement de phase considéré.

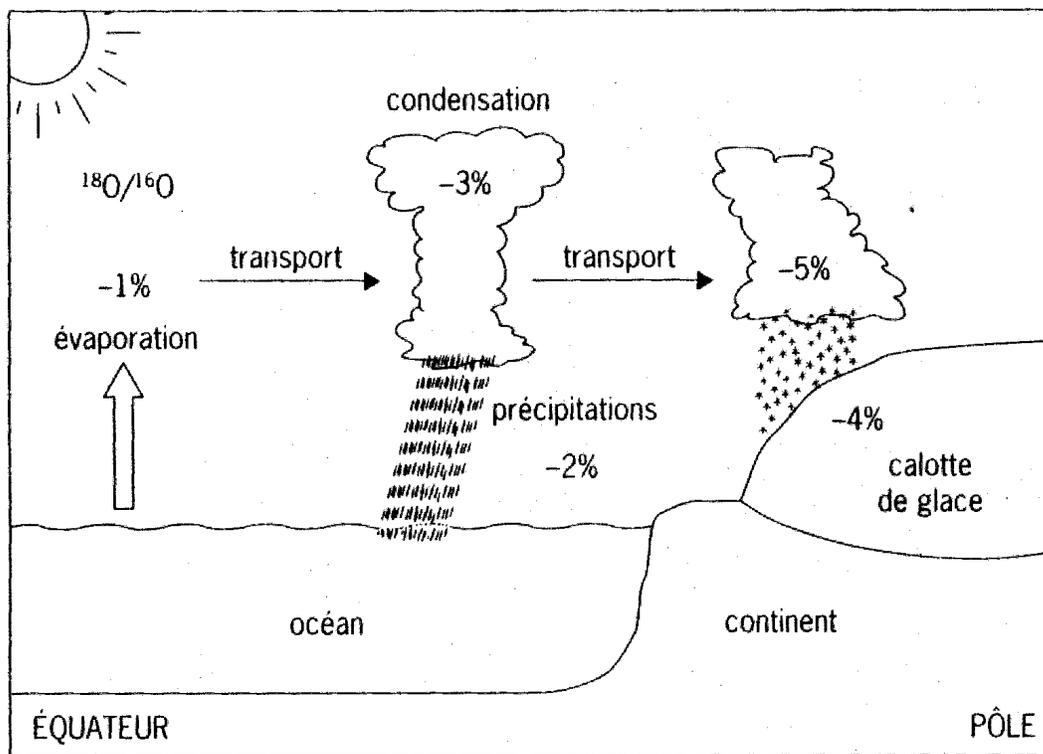
Un second effet, l'*effet cinétique*, est lié aux différences de diffusivité moléculaire des molécules concernées dans l'air. Les molécules isotopiques lourdes diffusent moins vite que H<sub>2</sub>O. Ceci induit un effet additionnel qui, lors de processus hors-équilibre, évaporation ou condensation, se combine à l'effet isotopique à l'équilibre. Les valeurs D<sub>1</sub>/D (Coefficient de diffusivité moléculaire D<sub>1</sub> pour les molécules isotopiques et D pour H<sub>2</sub>O) sont indépendantes de la température et égales à 0.9755 pour HDO et 0.9723 pour H<sub>2</sub><sup>18</sup>O [Merlivat, 1978].

L'effet isotopique à l'équilibre (rapport des  $\alpha-1$ ) est 8 à 10 fois plus important pour le deutérium que l'oxygène 18, alors que l'effet cinétique est du même ordre de grandeur pour chacun des deux isotopes. Cette différence entre l'importance relative des effets à l'équilibre et cinétiques implique que l'oxygène 18 est plus sensible aux processus hors-équilibre. C'est pour cette raison que nous utiliserons préférentiellement le deutérium dans les reconstructions de température de site, mais tout en sachant que l'analyse conjointe des deux isotopes peut nous donner des informations supplémentaires.

### **1.2.1.2. Principe du thermomètre isotopique et observations**

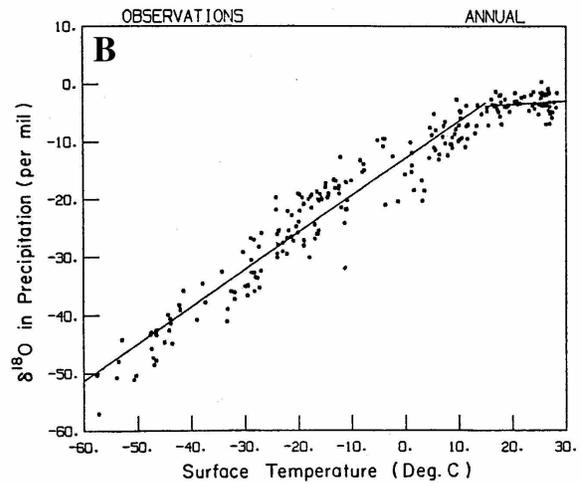
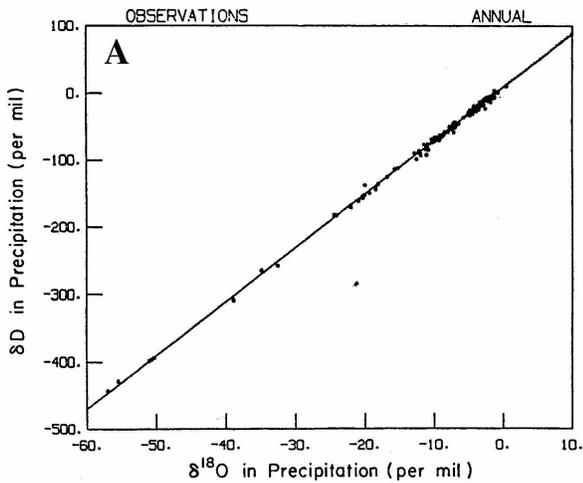
Une masse d'air se charge de vapeur d'eau vers les basses latitudes. Au cours de son transport vers les hautes latitudes, elle va s'appauvrir progressivement en isotopes lourds, au fil des condensations successives. Au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la source, les précipitations formées à partir de la vapeur résiduelle auront donc des compositions isotopiques de plus en plus

<sup>6</sup> Pour une réaction de type P → S, où P est le produit et S le substrat, on a :  $\alpha = R_P/R_S$ , où R est le rapport isotopique de l'élément lourd sur l'élément léger.



**Illustration I.2** Cycle de l'eau atmosphérique et fractionnements isotopiques. Extrait de *Joussaume* [1999].

négatives. Plus la masse d'air se refroidit, plus elle se condense, et plus l'eau des précipitations est appauvrie en oxygène 18 et deutérium. C'est le processus de distillation de Rayleigh [*Jouzel*, 1986], schématisé sur l'Illustration I.2.



**Illustration I.3** A) Composition isotopique (deutérium et oxygène 18) des précipitations. B) Composition en oxygène 18 des précipitations en fonction de la température de surface du site. A partir d'une compilation de données issues de différentes sources. Extrait de *Jouzel et al.* [1987b].

A l'échelle globale, les grands traits de la distribution de  $\delta D$  et  $\delta^{18}O$  dans les précipitations sont les suivants [*Craig*, 1961 ; *Dansgaard*, 1964] :

- Une répartition linéaire de  $\delta D$  et  $\delta^{18}O$  sur la *droite des eaux météoriques* (cf. Illustration I.3):

$$\delta D = 8 \delta^{18}O + 10 \quad (\text{I.1})$$

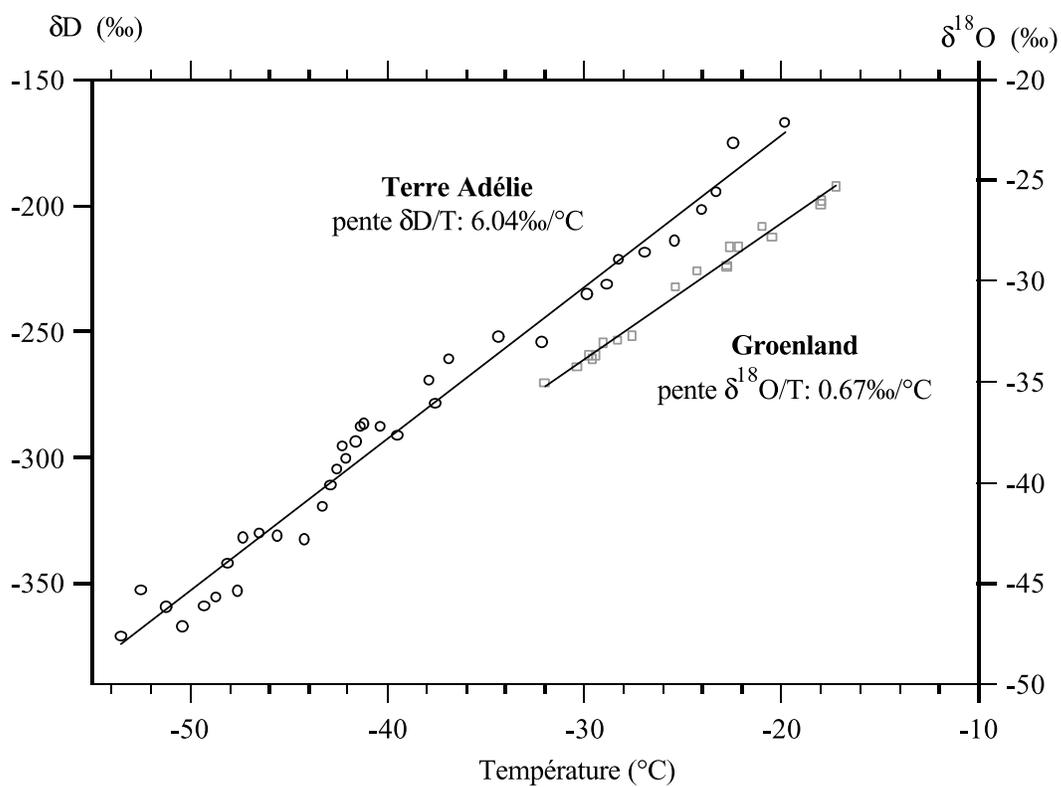
- Une relation linéaire entre les valeurs moyennes de  $\delta D$  ou  $\delta^{18}O$  et la température moyenne du site,  $T_s$ , pour  $T_s < 15^\circ C$  (cf. Illustration I.3).

Pour les pôles, cette dernière relation existe, mais elle est un peu différente, et dépend de la région considérée. Ainsi, en Antarctique de l'Est, entre Dumont d'Urville et Dôme C, *Lorius et Merlivat* [1977] ont établi la relation entre  $\delta D$  et température de surface suivante :

$$\Delta(\delta D)/\Delta(T_s) = 6.04 \text{ ‰}/^\circ C \quad (\text{I.2})$$

Au Groenland, *Johnsen et al.* [1989] obtiennent une relation entre  $\delta^{18}O$  (exprimée en ‰) et température de surface ( $T_s$ , exprimée en  $^\circ C$ ) :

$$\delta^{18}O = 0.67 T_s - 13.7 \quad (\text{I.3})$$



**Illustration I.4** Relation entre la composition moyenne en  $\delta^{18}\text{O}$  et la température moyenne du site au Groenland [Johnsen *et al.*, 1989] et entre la composition moyenne en  $\delta\text{D}$  et la température moyenne du site en Antarctique (Terre Adélie) [Lorius *et Merlivat*, 1977]. La droite des eaux météoriques a servi à déterminer l'échelle relative des deux axes représentant  $\delta\text{D}$  et  $\delta^{18}\text{O}$ . Adapté de Jouzel *et al.* [1994].

### 1.2.1.3. Le modèle de Rayleigh

Les différentes relations entre composition isotopique et température de surface peuvent s'expliquer de façon relativement satisfaisante à partir d'un modèle isotopique simple, le *modèle de Rayleigh* [Dansgaard, 1964]. Ce modèle considère une masse d'air isolée, dans laquelle la phase condensée (gouttelettes d'eau des nuages) se forme en équilibre isotopique avec la vapeur environnante, et quitte cette masse d'air dès sa formation. La teneur isotopique de la précipitation peut alors s'écrire à partir des paramètres initiaux (teneur isotopique, pression de vapeur saturante et pression de l'air), et des paramètres finaux (pression de vapeur saturante et pression de l'air). La pression de vapeur saturante n'est fonction que de la température, et il en résulte que la composition isotopique ne dépend que de la composition isotopique initiale de la vapeur d'eau, et des valeurs, initiale et finale, de la température et de la pression de l'air.

La température de condensation des précipitations est souvent différente de la température

moyenne de l'air de surface (voir section I.1). Une relation empirique entre les moyennes annuelles de température d'inversion ( $T_I$ ) et de température de surface de l'air ( $T_S$ ) a été obtenue à partir de la compilation de mesures faites pour différentes stations du continent Antarctique par *Phillpot and Zillman* [1970] :

$$\begin{aligned} T_I &= 0.67 T_S - 1.2 \quad (T_I \text{ et } T_S \text{ en } ^\circ\text{C}) \\ T_I &= 0.67 T_S + 88.9 \quad (T_I \text{ et } T_S \text{ en } ^\circ\text{K}) \end{aligned} \quad (\text{I.4})$$

*Connolley* [1996] à partir d'un échantillon de stations, trouve une relation un peu différente :

$$\begin{aligned} T_I &= 0.63 T_S - 2.1 \quad (T_I \text{ et } T_S \text{ en } ^\circ\text{C}) \\ T_I &= 0.63 T_S + 99 \quad (T_I \text{ et } T_S \text{ en } ^\circ\text{K}) \end{aligned} \quad (\text{I.5})$$

Cette différence semble due à une modernisation des méthodes expérimentales, et nous préférons donc plutôt cette deuxième relation par la suite.

*Merlivat et Jouzel* [1979] et *Jouzel et Merlivat* [1984] ont étendu ce type de modèle en prenant en compte :

- les fractionnements au cours de l'évaporation qui dépendent de la température de surface de l'océan, de l'humidité relative, et de la vitesse du vent;
- le fait que la phase condensée ne quitte pas immédiatement la masse d'air après sa formation,
- le fractionnement cinétique qui intervient lors de la formation de la neige par sublimation inverse. La composition isotopique dépend alors en plus de la sursaturation au moment de la formation des cristaux de neige.

Grâce à ce type de modèle, *Jouzel et Merlivat* [1984] reproduisent convenablement la relation entre deutérium et température moyenne de l'air de surface au dessus de l'Antarctique (équation I.2), en prenant en compte la différence entre température de surface de l'air et température d'inversion (équation I.4).

#### ***1.2.1.4. Reconstruction des variations de température dans le passé***

L'intérêt du thermomètre isotopique est de reconstruire, à partir de la composition isotopique mesurée dans les glaces polaires, la température du site au cours du temps. Une question importante est de savoir si la relation observée actuellement (que nous appellerons *relation spatiale*) entre température et isotope pour une région donnée, par exemple l'Antarctique ou le Groenland, reste valable au cours du temps en un site donné (nous parlerons de *relation temporelle*). Si les isotopes stables de l'eau semblent être qualitativement de bons marqueurs de la température passée, une

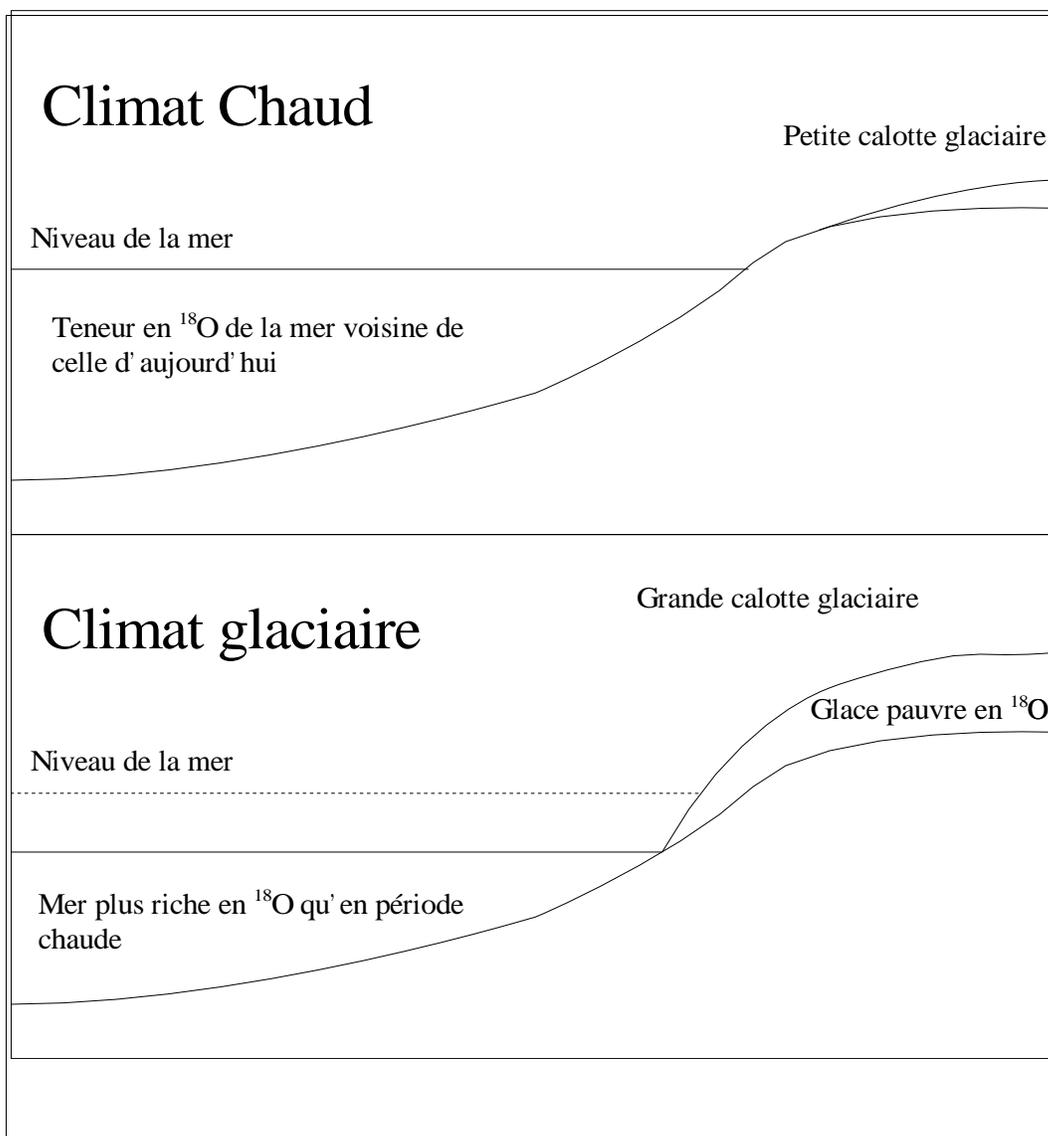
estimation quantitative des variations de température à partir de la relation spatiale repose sur plusieurs hypothèses :

- Le rapport isotopique contient un fort signal saisonnier. En fait, la composition isotopique moyenne est, en quelque sorte, une moyenne de la température pondérée par les précipitations. Si les précipitations ont plutôt lieu en hiver, elle reflétera davantage la température hivernale, ou inversement si les précipitations ont plutôt lieu en été. Un changement dans la saisonnalité des précipitations entre périodes glaciaires et interglaciaires peut donc modifier la relation temporelle isotope – température moyenne de la glace.
- Dans le cas des pôles, la température de la couche d'inversion est différente de la température de surface, la relation entre les deux températures étant à peu près linéaire (cf. équations I.4 et I.5 pour l'Antarctique). Une modification de cette relation dans le passé, due à un changement de régime atmosphérique au-dessus des pôles, peut donc conduire là aussi à une modification de la relation temporelle.
- Les changements climatiques (température de surface des océans, extension de la glace de mer, circulation atmosphérique) peuvent modifier les conditions initiales de la masse d'air lors de l'évaporation (température, composition isotopique, pression de l'air) et donc compliquer l'interprétation de la composition isotopique des précipitations sur le lieu de forage.

En ce qui concerne les deux premiers points, des expériences de modélisation climatique semblent confirmer la stabilité de la saisonnalité et de la relation température de surface – température d'inversion dans le passé sur le plateau Antarctique [Krinner, 1997]. Par contre, pour le Groenland, il semble que le changement de saisonnalité soit fort [Krinner, 1997], ce qui impliquerait une sous estimation du changement de température par la relation spatiale.

En ce qui concerne le 3<sup>ème</sup> point, une première correction peut être apportée, en ce qui concerne la composition isotopique d'origine de la masse d'air. S'il est difficile d'évaluer avec précision la composition isotopique de l'océan là où s'est évaporée la masse d'air, il est cependant facile d'évaluer l'évolution de la composition isotopique moyenne de l'océan. En effet, durant les périodes glaciaires, les calottes de glace grossissent, et leur  $\delta^{18}\text{O}$  est très fortement négatif (cf. Illustration I.5).

Une première étape peut donc être de tenir compte de cette variation globale de la composition isotopique de l'océan. *Jouzel et al.* [soumis] montrent à partir d'un modèle de Rayleigh que cette correction est égale à :



**Illustration I.5** Schéma montrant la relation entre le volume des glaces continentales, le niveau des mers et la composition isotopique moyenne de l'oxygène de l'eau de mer.

$$\Delta_{correction} \delta D = \Delta \delta D_{oc\acute{e}an} \frac{1 + \delta D_{ice}}{1 + \Delta \delta D_{oc\acute{e}an}} \quad (I.6)$$

$$\Delta_{correction} \delta^{18}O = \Delta \delta^{18}O_{oc\acute{e}an} \frac{1 + \delta^{18}O_{ice}}{1 + \Delta \delta^{18}O_{oc\acute{e}an}}$$

Les variations en oxygène 18 de l'océan  $\Delta \delta^{18}O_{oc\acute{e}an}$  sont obtenues grâce aux enregistrements océaniques [Bassinot *et al.*, 1994], la variation en deutérium étant calculée grâce à la formule :

$\Delta \delta D_{oc\acute{e}an} = 8 \times \Delta \delta^{18}O_{oc\acute{e}an}$ . Notons que cette étape de correction nécessite d'avoir une échelle chronologique identique entre l'oxygène 18 océanique et l'isotope glaciaire. L'oxygène 18 océanique étant classiquement daté par calage orbital, nous utiliserons, pour avoir une certaine

compatibilité, un isotope glaciaire daté également par calage orbital.

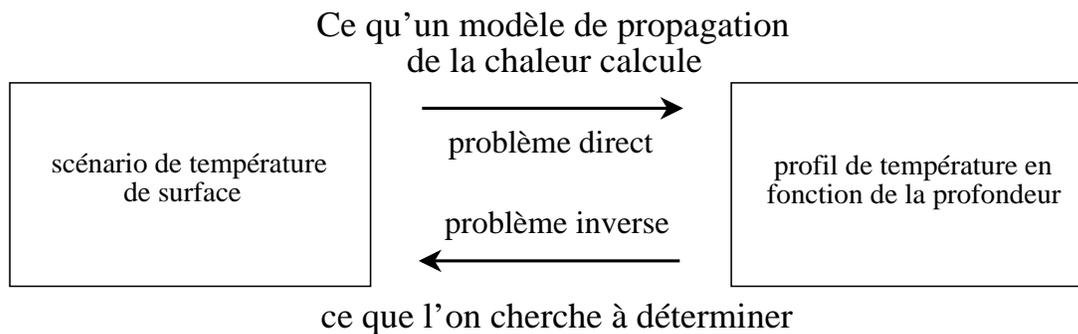
Cette correction n'est donc pas égale à  $\Delta\delta D_{océan}$  comme ce fut appliqué dans *Petit et al.* [1999] et dans les études précédentes. Cette modification n'a qu'un impact limité quand la température est déduite de l'oxygène 18 (parce que  $1 + \Delta\delta^{18}O_{glace} \simeq 1$ ), mais ce n'est pas le cas pour la correction en deutérium, car  $1 + \Delta\delta D_{glace}$  est compris entre 0.5 et 0.6 dans le centre de l'Antarctique. L'ordre de grandeur de cette correction pour le deutérium, 5 ‰ au maximum au centre de l'Antarctique, est confirmée par un MCG (modèle de circulation général) isotopique [*Delaygue et al.*, 2000], alors que la correction isotopique précédente [*Petit et al.*, 1999] donnait au maximum une valeur de 10 ‰.

L'information conjointe des deux isotopes peut de plus apporter des informations sur la source des précipitations [*Cuffey and Vimeux*, 2001 ; *Stenni et al.*, 2001 ; *Vimeux et al.*, En préparation]. Cette procédure, qui prend en compte directement la correction océanique, permet d'extraire de plus le changement de température de la source.

## 1.2.2. Température dans le trou de forage

Conscients du problème lié à la calibration du thermomètre isotopique, des glaciologues ont cherché d'autres méthodes permettant d'estimer la température du passé. C'est ainsi que des chercheurs ont mesuré les températures dans les puits de forages pour en tirer une source supplémentaire d'information.

Que se passe-t-il physiquement ? La température de surface de la Terre varie au cours du temps. Ces variations sont enregistrées dans la neige, transformée en glace, qui s'enfonce petit à petit dans la calotte. Bien sûr, la température diffuse, et les variations de la température de surface sont donc atténuées lorsque l'on descend de plus en plus profond dans la calotte. Un modèle physique direct permet donc, à partir d'un scénario de température de surface, mais aussi à partir de conditions à la base de la calotte (fusion, flux géothermique), et d'un profil de vitesse, de déterminer le profil de température mesuré dans un trou de forage. L'interprétation de ce profil revient donc à appliquer une méthode inverse, dont le principe peut s'expliquer ainsi :



Pour traiter ce problème inverse, il faut connaître l'accumulation au-dessus de la calotte, ainsi que le champ de vitesse (verticale et horizontale). Ce problème est donc lié à la chronologie du forage. La manière la plus rigoureuse de le traiter est donc d'appliquer une méthode inverse à un modèle couplé datation du forage – calcul du profil de température.

Deux manières différentes peuvent être envisagées pour traiter ce problème :

- La recherche d'un scénario de température basé sur le contenu isotopique de la glace. Par exemple, une relation (linéaire, ou du second ordre) peut être supposée entre température en surface et composition isotopique de la neige. Le problème inverse revient donc à trouver les coefficients de cette relation permettant un bon accord avec les mesures. Le problème est donc en général sur-déterminé (on n'a que quelques coefficients à reconstruire), mais ceci ne se fait pas indépendamment de certaines hypothèses qui sont à vérifier.
- La recherche d'un scénario de température de surface indépendamment de toute hypothèse sur la variation de température. Cette méthode est en un certain sens la plus rigoureuse (on ne fait pas d'hypothèse), mais elle ne permet pas, en revanche, de remonter très loin dans le passé, surtout lorsque l'accumulation est faible.

Pour le centre du Groenland, la première méthode a permis de montrer que le thermomètre isotopique sous-estime la variation de température entre l'actuel et le maximum glaciaire de plus qu'un facteur 2 [Cuffey *et al.*, 1995 ; Johnsen *et al.*, 1995]. La deuxième méthode a été appliquée par Dahl-Jensen *et al.* [1998] par méthode de Monte Carlo et confirme ces résultats.

Pour l'Antarctique (Vostok), Ritz [1989] montre que des relations isotope – température de surface égales à 0.8, 1 ou 1.2 fois la relation actuelle spatiale restent en accord avec le profil de température mesuré dans le trou de forage. Une étude par Salamatin *et al.* [1998], faite sur la carotte de Vostok, suggère un changement de température largement plus fort que celui donné par la relation spatiale. Mais cette étude a été critiquée [Romeleare, 1997] car elle ne donne, semble-t-il,

que des reconstructions incertaines.

### I.2.3. Composition isotopique de l'air des bulles de gaz

La composition isotopique en azote 15 ( $^{15}\text{N}$ ) et argon 40 ( $^{40}\text{Ar}$ ) des bulles de gaz peut également renseigner sur les variations passées de température. La composition isotopique de l'argon et de l'azote de l'atmosphère est à peu près constante sur les échelles de temps qui nous intéressent. La composition isotopique des bulles ne dépend donc que de processus de piégeage qui ont lieu dans le névé, plus précisément dans la colonne diffusive (voir section I.5 pour plus de détails sur le névé). Deux effets se cumulent :

- un effet gravitationnel : la concentration en isotopes lourds est plus importante dans le bas de la colonne diffusive. L'amplitude du fractionnement gravitationnel dépend donc de l'épaisseur de la colonne diffusive.
- un effet thermique : la concentration en isotopes lourds est plus importante dans les partie froides. L'amplitude du fractionnement thermique dépend donc du gradient de température entre le haut et le bas du névé.

L'effet thermique a été utilisé au Groenland pour évaluer le gradient de température lors des variations rapides de température (par exemple les Dansgaard–Oeschger). Il a permis de confirmer que les variations de température estimées grâce au thermomètre isotopique sont sous estimées d'un facteur 2 [Severinghaus and Brook, 1999].

En Antarctique, ce travail a fait l'objet de la thèse de *Nicolas Caillon* [2001]. L'effet thermique est trop faible pour pouvoir en tirer une estimation quantitative du changement de température. Par contre, une anomalie de température peut être repérée à la fois dans la glace (grâce au deutérium) et dans le gaz, ce qui permet d'estimer la profondeur de Close Off. Cette dernière dépendant de la température et de l'accumulation de surface, ces deux paramètres peuvent être évalués au travers d'un modèle de densification de la neige dans le névé. Avec une démarche directe, *Caillon et al.* [2001] ont validé au premier ordre l'utilisation de la relation spatiale isotope – température pour le forage de Vostok, bien qu'il soit difficile de séparer l'influence de la température de celle de l'accumulation. Nous tenterons d'apporter une réponse plus précise à ce problème en utilisant une méthode inverse (voir le chapitre IV sur Vostok).

## **1.3. Évaluation de l'accumulation**

L'accumulation actuelle de neige en un site donné d'une calotte peut s'évaluer de manière relativement précise, grâce à la reconnaissance d'horizons datés dans les premiers mètres de la calotte.

Dans les couches récentes, 3 événements radioactifs peuvent être identifiés [Pourchet, 1995]. Le premier correspond aux tests américains Ivy et Castle qui ont eu lieu en 1953, et qui, via la stratosphère, sont arrivés en janvier 1955 en Antarctique. Le deuxième provient de tests américains et russes de forte puissance de 1961 et 1962, qui ont provoqué un paroxysme de retombées dans la neige en 1965. Enfin, on retrouve également dans les archives glaciaires de l'hémisphère nord la marque de l'accident radioactif de Tchernobyl qui a eu lieu en 1986.

Dans le dernier millier d'années, sont également identifiables des couches de cendres volcaniques correspondant à des éruptions répertoriées et datées, comme l'éruption du Tambora (1815), l'éruption du Huayna (1600) ou l'éruption du volcan El Chicon (1259).

L'évaluation de l'accumulation de neige passée est un problème plus difficile. Deux voies existent pour la reconstruire : la reconstruction à partir de traceurs présents dans les forages, ou la modélisation des précipitations. Pour la première voie, une méthode consiste à trouver un composé présent dans la glace, dont le flux au sommet de la calotte au cours du temps est supposé constant ou connu. Sa concentration est alors égale à l'inverse de l'accumulation multipliée par le flux du composé au sommet de la calotte.

### **1.3.1. Utilisation du béryllium 10**

Le béryllium 10 ( $^{10}\text{Be}$ ) répond partiellement à ce critère. Le dépôt de béryllium 10 au sommet de la calotte se décompose en un dépôt sec et un dépôt humide. Le dépôt humide dépend des précipitations locales, tandis que le dépôt sec est supposé ne dépendre quasiment que de la production de béryllium 10 au sommet de la haute atmosphère. Cette production dépend directement de l'intensité des rayons cosmiques. Les rayons cosmiques dépendent eux d'une part de l'intensité du champ magnétique interne de la Terre, d'autre part de l'intensité des vents solaires (ces derniers influent sur le bouclier magnétique terrestre, comme lorsque l'on souffle sur une flamme). Ainsi, on retrouve un double pic dans l'enregistrement de béryllium 10 vers 40 000 ans, qui semble correspondre à l'inversion du champ magnétique lors de l'événement de Laschamps. L'intensité des rayons cosmiques peut être reconstruite par ailleurs pour les dernières dizaines de milliers d'années,

notamment grâce au carbone 14 mesuré dans les cernes d'arbres.

En supposant que le dépôt humide de béryllium 10 sur la calotte est négligeable et que le dépôt sec est constant, on peut donc utiliser l'inverse de la concentration du béryllium 10 comme un indicateur des variations d'accumulation. Les variations à l'échelle du millier d'années peuvent être dues à une modification du champ magnétique terrestre, mais cette méthode doit permettre d'évaluer l'amplitude du changement d'accumulation entre périodes glaciaires et périodes interglaciaires.

Cette démarche nous permet donc de vérifier l'évaluation de l'accumulation faite par modélisation et décrite dans la section I.3.2. Nous verrons une application concrète de l'utilisation du Béryllium 10 pour évaluer l'accumulation dans le cas de Vostok.

### I.3.2. Modélisation des précipitations

La précipitation en Antarctique est principalement gouvernée par la température moyenne à l'endroit où a lieu la condensation, c'est à dire au sommet de la couche d'inversion (cf. section I.1). En effet, on estime que le taux de précipitation dépend de la quantité de vapeur d'eau que peut contenir une masse d'air (pression de vapeur saturante) et correspond à la condensation de la vapeur d'eau en excès lors du refroidissement des masses d'air. Ainsi, *Robin* [1977] montre à partir de données en quelques sites, que l'accumulation est proportionnelle à la pression de vapeur saturante pour la température moyenne au-dessus de la couche d'inversion.

*Ritz* [1992] montre, à partir d'un modèle de masse d'air circulant dans la couche advective, que les variations d'accumulation au centre de l'Antarctique peuvent être déduites de la température de la manière suivante :

$$A = A^0 \frac{f(T_I)}{f(T_I^0)} \left( 1 + \beta (T_I - T_I^0) \right) \quad (\text{I.7})$$

où  $A$  est l'accumulation déduite de la température d'inversion  $T_I$ , considérée,  $A^0$  est l'accumulation à la température de référence  $T_I^0$ ,  $\beta$  est une constante, et  $f(T_I)$  est donnée par :

$$f(T_I) = \frac{d}{dT} \left( \frac{P_s(T)}{T} \right) \Bigg|_{T=T_I} \quad (\text{I.8})$$

où  $P_s(T)$  est la pression de vapeur saturante en fonction de la température. La constante  $\beta$  prend en compte les phénomènes qui ne sont pas uniquement liés à la pression de vapeur saturante. Si  $\beta=0$ ,

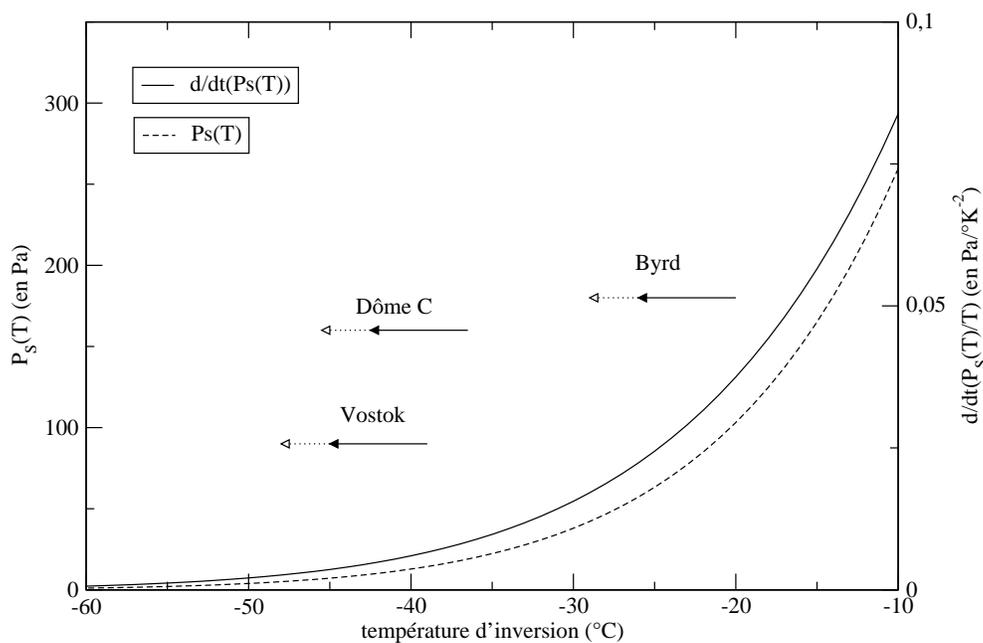
ces phénomènes sont négligés.

$P_s(T)$  dépend de façon exponentielle<sup>7</sup> de la température [Ritz, 1992, annexe 4] :

$$P_s(T) = A_s \exp\left(\frac{-B_s}{T}\right) \quad (\text{I.9})$$

avec  $P_s(T)$  exprimée en Pa,  $T$  la température en K,  $A_s = 3.64149 \cdot 10^{12}$  Pa, et  $B_s = 6148.3$  K. On obtient ainsi :

$$f(T_I) = \frac{d}{dT} \left( \frac{P_s(T)}{T} \right) \Bigg|_{T=T_I} = \left( \frac{B_s}{T_I} - 1 \right) \frac{A_s}{T_I^2} \exp\left(\frac{-B_s}{T_I}\right) \quad (\text{I.10})$$



**Illustration I.6** Pression de vapeur saturante et dérivée de la pression de vapeur saturante sur la température, en fonction de la température d'inversion. Les flèches représentent les intervalles de température d'inversion pour l'actuel et le maximum glaciaire (supposée) pour les forages de Vostok, Dôme C et Byrd.

<sup>7</sup> Cette relation a été obtenue par une régression de valeurs obtenues expérimentalement.

## 1.4. Datation de la glace

L'âge de la glace à une profondeur donnée se calcule simplement par intégration de l'inverse de l'épaisseur des couches annuelles. Si  $z$  est la profondeur dans le forage,  $a(z)$  l'âge de la glace à la profondeur  $z$ , et  $\lambda(z)$  l'épaisseur d'une couche annuelle, on aura ainsi:

$$a(z) = \int_0^z \frac{1}{\lambda(z')} dz'$$

L'épaisseur d'une couche annuelle peut simplement s'écrire comme son épaisseur initiale, multipliée par l'amincissement de cette couche au cours de son parcours depuis la surface jusqu'à la profondeur où elle se trouve dans le forage :

$$\lambda(z) = \lambda_0(z) Am(z)$$

$\lambda_0(z)$  est l'épaisseur de la couche de profondeur  $z$  lorsqu'elle se trouvait en surface, autrement dit c'est l'accumulation (comptée en équivalent glace) à l'époque et au site de déposition.  $Am(z)$  est la fonction d'amincissement et représente la déformation cumulée de la couche au cours de son trajet depuis la surface.

Ces deux étapes de calcul de l'accumulation et de l'amincissement sont indépendantes au premier ordre : dans un modèle simple, on peut calculer ces deux quantités l'une après l'autre. En réalité, l'accumulation a une influence sur l'écoulement de la glace et donc sur l'amincissement. Réciproquement, pour évaluer l'épaisseur initiale d'une couche de glace par modélisation climatique, il faut connaître son origine spatiale, et on est donc obligé de connaître l'histoire mécanique de la couche de glace.

### 1.4.1. Les lois physiques

Les équations sont exprimées dans un repère cartésien  $(x, y, z)$ .  $x$  et  $y$  sont les coordonnées horizontales et  $z$  est la coordonnée verticale (dirigée vers le bas, avec l'origine au niveau de la mer actuel). Les vitesses selon  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont notées respectivement  $u_x$ ,  $u_y$  et  $u_z$ , et  $\vec{u}$  est le vecteur vitesse. Toutes les équations sont exprimées avec des variables d'Euler, c'est-à-dire que la vitesse est celle d'une particule passant au point  $M(x, y, z)$  au temps  $t$ . La surface de la calotte est donnée par  $z = -E$  et le socle par  $z = -B$ .  $E$  et  $B$  sont les altitudes (positives au dessus du niveau des mers) et dépendent du temps. Il semble a priori que le sens de l'axe  $z$  dirigé vers le bas ne soit pas

judicieux. Cependant, notre application concerne l'interprétation des forages pour lesquels la coordonnée « naturelle » est la profondeur  $Z=E+z$ . Il est alors plus simple d'avoir un axe  $z$  vers le bas.

Dans ce modèle, nous considérons la calotte comme composée uniquement de glace pure. La partie névé, dont la densité varie environ de 0.35 en surface à environ 0.92 (densité de la glace pure) à 100 m de profondeur sera assimilée à une couche de glace pure de même poids, « équivalente ». La correction à appliquer sur l'épaisseur de glace est de l'ordre de 30 m dans les régions centrales. Cette approximation a très peu d'influence sur l'écoulement car la déformation est principalement localisée dans le bas de la calotte, et cette déformation dépend essentiellement du poids de la colonne de glace. Cette correction de « mètres réels » à « mètres de glace » est imposée à partir d'un profil de densité mesuré au centre de l'Antarctique. Pour être plus rigoureux, on devrait choisir le profil de densité donné par le modèle de névé. Les modèles d'amincissement de la glace et de névé étant associés, on verrait une particule de neige/glace s'enfoncer dans le névé jusqu'à la profondeur de Close Off (modèle de névé), puis s'amincir et s'enfoncer jusqu'à sa profondeur actuelle (modèle d'amincissement de la glace).

### **1.4.1.1. Conservation de la masse**

#### **1.4.1.1.1. Loi locale**

La densité de la glace est à peu près constante (cf Annexe C.3), et on considérera la glace comme étant incompressible. Pour un point de coordonnées  $(x, y, z)$ , cette propriété s'écrit :

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (\text{I.11})$$

#### **1.4.1.1.2. Loi intégrée**

Si nous intégrons verticalement l'équation précédente de la surface ( $E$ ) jusqu'au socle ( $B$ ), on obtient l'équation de conservation de la masse pour la colonne de glace, appelée souvent équation de bilan de masse :

$$\frac{\partial(\bar{U}_x H)}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{U}_y H)}{\partial y} = \dot{b} - \dot{f} - \frac{\partial H}{\partial t} \quad (\text{I.12})$$

où  $\dot{f}$  est le taux de fusion basale,  $\dot{b}$  le taux d'accumulation,  $H=E-B$  et  $\bar{U}_x$  et  $\bar{U}_y$  sont les vitesses dans les directions  $x$  et  $y$  moyennées sur toute la colonne de glace :

$$\begin{aligned}\bar{U}_x &= \frac{1}{H} \int_{-E}^{-B} u_x(x,y,z) dz \\ \bar{U}_y &= \frac{1}{H} \int_{-E}^{-B} u_y(x,y,z) dz\end{aligned}\tag{I.13}$$

#### 1.4.1.2. Contraintes et déformations

Nous désignons le tenseur des contraintes par  $\tau_{ij}$ ,  $i$  étant la direction de projection de la contrainte et  $j$  la direction normale à la surface sur laquelle s'exerce la contrainte. Nous supposons qu'il n'existe pas dans le milieu de forces assimilables à des couples, le tenseur est alors symétrique. On note souvent  $\tau_{ij} = \sigma_i$  (positif pour les tractions).  $\sigma_0 = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$  est le premier invariant du tenseur des contraintes (l'opposé de la pression hydrostatique). Dans le cas d'un état hydrostatique,  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$ .

Le déviateur des contraintes s'écrit  $\tau'_{ij} = \tau_{ij} - \delta_{ij} \sigma_0$  (d'où  $\sigma'_i = \sigma_i - \sigma_0$ ). On définit alors la cission efficace  $\tau$  par :

$$\tau^2 = \frac{1}{2} \sum_{ij} (\tau'_{ij})^2 = \frac{1}{2} (\sigma_x'^2 + \sigma_y'^2 + \sigma_z'^2) + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2\tag{I.14}$$

La glace s'écoule sous l'action de la pesanteur. On note  $g_i$  la composante de la pesanteur. Si on néglige l'accélération, l'équilibre des forces sur un cube élémentaire donne (équation d'équilibre quasi-statique) :

$$\sum_j \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho_g g_i = 0\tag{I.15}$$

Le tenseur des taux de déformation se note lui  $\dot{\epsilon}_{ij}$  et est défini par :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)\tag{I.16}$$

Le deuxième invariant des taux de déformations  $\dot{\gamma}$  est alors défini par :

$$\left(\frac{\dot{\gamma}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \sum_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^2 \quad (\text{I.17})$$

Si l'on ne considère que le fluage permanent, la glace se comporte comme un corps visqueux non newtonien. Lorsque la glace est macroscopiquement isotrope, le déviateur des contraintes et celui des taux de déformation sont proportionnels :

$$\tau_{ij} = 2 \eta \dot{\epsilon}_{ij} \quad (\text{I.18})$$

où  $\eta$  est la viscosité qui dépend de la pression efficace suivant une loi de puissance de type Norton–Hoff (appelée loi de Glen par les glaciologues) :

$$\frac{1}{\eta} = B_T \tau^{n-1} \quad (\text{I.19})$$

où  $B_T$  est fonction de la température selon une loi d'Arrhenius :

$$B_T = B_0 \exp \left[ \frac{E_a}{R} \left( \frac{1}{T_f} - \frac{1}{T} \right) \right] \quad (\text{I.20})$$

avec  $T$  la température et  $T_f$  la température de fusion (en °K),  $E_a$  l'énergie d'activation et  $R$  la constante des gaz parfaits.

L'exposant  $n$ , le coefficient  $B_0$  et l'énergie d'activation  $E_a$  sont différents suivant les gammes de contrainte et de température car les processus de déformation en jeu ne sont pas les mêmes. En outre, ces paramètres dépendent de la composition de la glace (taille des cristaux...). La connaissance de leur valeur n'est donc pas une chose aisée, et elle est faite soit par mesure en laboratoire (les conditions naturelles ne sont pas toujours facile à reproduire), soit par des observations (le plus souvent indirectes) sur des glaciers ou des calottes existants (par exemple, modification de l'inclinométrie des trous de forage). On trouve une revue des différentes valeurs mesurées pour ces paramètres dans la thèse de *C. Ritz* [1992].

## 1.4.2. Les approximations

Si l'on voulait calculer de manière parfaitement rigoureuse le champ de vitesse, il faudrait intégrer les équations d'équilibre quasi–statique (I.15), en prenant en compte les équations de déformation (I.18, I.19 et I.20). Ce problème demande donc de résoudre simultanément 11 équations aux dérivées partielles, liant les 6 composantes des contraintes, les 3 composantes de la vitesse, la

viscosité, et la température. Comme ce problème est inabordable numériquement, il faut faire des approximations.

### ***1.4.2.1. Approximation de la couche mince***

Cette approximation dérive du fait que les calottes glaciaires ont une épaisseur très faible devant leurs dimensions horizontales. Le rapport pour l'Antarctique est d'environ 1/1000, l'épaisseur moyenne étant 2200 m alors que les dimensions horizontales sont de l'ordre de 3000 km. En ramenant le diamètre d'une calotte à 30 cm, l'épaisseur de celle-ci serait donc environ de 0.2 mm : une très fine crêpe en quelque sorte ! La surface de la calotte est en général à peu près lisse, mais ce n'est pas le cas du socle, et on considère dans cette approximation un socle moyenné sur une distance horizontale d'environ 10 épaisseurs. En raison de cette géométrie, pour une quantité quelconque, on peut négliger les dérivées horizontales par rapport à la dérivée verticale. Appliquée aux vitesses, on peut négliger  $\frac{\partial u_z}{\partial x}$  devant  $\frac{\partial u_x}{\partial z}$ . En ce qui concerne les contraintes, on obtient que  $\tau_{xy}$ ,  $\sigma'_x$ ,  $\sigma'_y$ ,  $\sigma'_z$  sont négligeables. On parle d'*approximation de l'écoulement par cisaillement simple*. On peut également tirer de cette approximation l'expression suivante :

$$\tau_{xz} = \rho g Z \frac{\partial E}{\partial x}$$

Mais il faut garder à l'esprit que cette approximation n'est pas valable dans certains cas :

- pour les dômes et les lignes de partage des glaces car alors la pente de la surface est nulle,
- lorsque que l'on se trouve proche des irrégularités du socle,
- sur les bords terrestres de la calotte, où l'épaisseur de glace diminue brutalement,
- à la jonction avec les ice shelves et dans les glaciers émissaires.

### ***1.4.2.2. Les modèles à géométrie imposée***

Il existe deux types de modèles : les modèles d'évolution et les modèles à géométrie imposée.

Les modèles d'évolution ont pour but de modéliser l'évolution, sous l'action du climat, de la géométrie d'une calotte glaciaire au cours du temps. A chaque pas de temps, le modèle part d'une géométrie et d'un champ de températures. Au pas de temps suivant, il calcule<sup>8</sup> :

---

<sup>8</sup> Le temps de calcul d'un modèle d'évolution de l'Antarctique avec une grille de 20 km est d'une heure pour 1 000 ans de simulation [Ritz *et al.*, 2001].

- le champ de température à partir de l'équation de chaleur (diffusion, convection et production in situ) et de la température de surface et le flux de chaleur à la base ;
- le champ de vitesse à partir des lois de déformation, des conditions basales et de l'isostasie (fontes, glissement) ;
- la nouvelle géométrie à partir de la conservation de la masse et de l'accumulation au sommet de la calotte.

Les modèles à géométrie imposée sont plus simples. Les conditions aux limites (accumulation en surface et fonte au fond) étant connues ainsi que la géométrie, l'équation de bilan de masse (I.12) donne le champ des vitesses moyennes. Pour un modèle à 2 dimensions, on part du dôme où la vitesse horizontale est nulle, puis on intègre jusqu'aux bords. On peut imposer une géométrie de calotte variant au cours du temps ( $\partial H/\partial t$  n'est alors pas nul).

Les modèles à géométrie imposée sont le plus souvent dédiés à l'interprétation de mesures de terrain et nous donnons ici une liste (non-exhaustive) des utilisations possibles :

- estimation des champs de vitesses et de températures pour une partie ou l'ensemble d'une calotte glaciaire ;
- calcul des trajectoires des particules de glace ;
- calcul de l'âge de la glace en fonction de la profondeur ;
- calcul des perturbations d'épaisseur dues aux variations de température et d'accumulation autour d'un état stationnaire.

Une fois la vitesse de bilan calculée, le calcul de la vitesse à toute profondeur est fait en imposant la forme du profil vertical de vitesse ; l'amplitude est obtenue par normalisation. Ces hypothèses découlent en général des approximations faites sur l'écoulement et décrites plus haut.

Les inconvénients de ce type de modèle sont d'une part qu'ils sont basés sur l'état actuel de la calotte glaciaire et que cet état n'est pas stationnaire, au moins en ce qui concerne la température, d'autre part qu'il est impossible de coupler de façon réaliste l'écoulement avec les températures et donc d'étudier l'influence des variations de température d'origine climatique.

C'est ce type de modèle que nous utiliserons pour la datation, car ils sont beaucoup moins coûteux en temps de calcul, et ils permettent une résolution beaucoup plus fine.

### 1.4.3. Le modèle de C. Ritz [1992]

C'est le modèle que nous utiliserons pour les applications aux différents forages (Vostok, Dôme C, Dôme F). En effet, il nous semble que c'est le modèle qui possède la physique la plus réaliste.

#### 1.4.3.1. Vitesses de bilan

L'équation de conservation de la masse (I.12) est bi-dimensionnelle dans le plan horizontal. Elle est utilisée pour traiter l'ensemble de la calotte glaciaire dans les modèles d'évolution. Pour les modèles de datation, on considère en général l'écoulement le long d'une ligne de courant, et l'équation peut se simplifier tout en tenant compte de la convergence ou divergence horizontale de l'écoulement.

En suivant l'hypothèse de l'écoulement par cisaillement simple, la direction de l'écoulement, à toute profondeur, suit la ligne de plus grande pente de la surface [Ritz, 1992]. A partir de la topographie de la surface, il est donc possible de déterminer la direction des vitesses et de tracer les lignes de courant. Ces lignes de courant ne sont pas parallèles et il s'agit de prendre en compte leur convergence (ou divergence) dans l'équation de bilan.

L'équation de bilan de masse s'obtient alors en faisant le bilan des flux de glace pour une colonne de glace dont les bords latéraux sont deux lignes d'écoulement. Si on prend la direction  $x$  parallèle à la ligne d'écoulement, et la direction  $y$  perpendiculaire, et si on note  $Y$  la largeur séparant nos deux lignes d'écoulement, on obtient [Ritz, 1992] :

$$\frac{\partial(\bar{U}_x H)}{\partial x} + \frac{H}{Y} \frac{\partial Y}{\partial x} \bar{U}_x = \dot{b} - \dot{f} - \frac{\partial H}{\partial t} \quad (\text{I.21})$$

On notera alors  $Sh(x) = \frac{1}{Y} \frac{\partial Y}{\partial x}$ , et ainsi  $R_e = \frac{1}{Sh}$  est le rayon de courbure des lignes de niveau, qui peut être obtenu facilement sur une carte de topographie de surface.

$Sh$  est positif pour les zones de divergence (autour des dômes par exemple), nul quand les lignes de courant sont parallèles, et négatif pour les zones de convergence (par exemple juste en amont des glaciers émissaires). Dans notre modèle,  $Sh$  est supposé indépendant du temps et égal à sa valeur actuelle.

### I.4.3.2. Profils verticaux de vitesse

Les vitesses de bilan peuvent donc être calculées grâce à l'équation I.21. Il nous reste alors à déterminer le profil vertical de vitesse pour obtenir le champ de vitesse complet. Il est indifférent d'imposer la forme de la vitesse horizontale ou la forme de la vitesse verticale, car l'une peut se déduire de l'autre en écrivant l'incompressibilité (I.11), et en supposant que la forme de la vitesse est la même selon  $x$  et  $y$  (ou autrement dit que la direction de la vitesse ne dépend pas de la profondeur, ce qui revient à l'approximation de la couche mince) :

Pour simplifier les équations, nous utilisons la profondeur réduite, donnée par :

$$\zeta = \frac{Z}{H} = \frac{(E+z)}{H} \quad (\text{I.22})$$

$\zeta$  varie donc de 0 (surface) à 1 (socle).

Tout le problème est alors d'intégrer l'expression compliquée de la vitesse verticale. Ceci est fait en approximant cette expression par un polynôme en  $\zeta$ . Dans l'expression du coefficient  $B_T$  de la viscosité (I.20), une simplification consiste à remplacer la température par sa première approximation (ordre 1) près du socle [Ritz, 1992]. Dans le haut de la calotte, cette expression conduit à des températures trop froides, et donc sous estime la déformation dans le haut. Cependant, comme la déformation est principalement localisée dans le bas de la calotte, l'erreur commise est faible. En utilisant à nouveau un développement limité à l'ordre 1 du terme exponentiel à proximité de la base de la calotte, C. Ritz [1992] obtient les profils de vitesse horizontale et verticale suivant :

$$u_x(z) = \left[ s + (1-s) \frac{m+2}{m+1} (1-\zeta^{m+1}) \right] \bar{U}_x \quad (\text{I.23})$$

$$u_z(x,z) = \left( \dot{b} - \frac{\partial H}{\partial t} \right) \left( 1 - \int_0^\zeta \Psi(\zeta) d\zeta \right) + \bar{U}_x \Psi(\zeta) \left( \zeta \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial E}{\partial x} \right) - \bar{U}_x H \left( \frac{\partial s}{\partial x} \int_0^\zeta \frac{\partial \Psi}{\partial s}(\zeta) d\zeta + \frac{\partial m}{\partial x} \int_0^\zeta \frac{\partial \Psi}{\partial m}(\zeta) d\zeta \right) + f \int_0^\zeta \Psi(\zeta) d\zeta - \frac{\partial B}{\partial t} \quad (\text{I.24})$$

avec  $s$  le rapport entre la vitesse basale et la vitesse moyenne, et  $m = n + k G_0 H$  où  $G_0$  est le gradient géothermique à la base de la calotte et  $k = E_a / (RT_b^2)$  est à peu près constante,  $T_b$  étant la température à la base de la calotte. Pour tenir compte de la production de chaleur due à la déformation de la glace basale, Lliboutry [1979] suggère l'expression :  $m = n - 1 + k G_0 H$ .

Remarquons qu'avec cette expression, la constante  $B_0$  et la température à la base  $T_b$  ont disparu, englobées dans la vitesse de bilan qui est, elle, déduite de la topographie.

### 1.4.3.3. Profil vertical de vitesse pour un dôme

Sur un dôme ou une ligne de partage des glaces, on ne peut plus appliquer l'approximation de l'écoulement par cisaillement simple. Le problème devient alors plus complexe.

Plusieurs auteurs ont abordé ce problème avec des méthodes différentes [Ritz, 1980 ; Raymond, 1983 ; Dahl–Jensen, 1989]. Tous montrent que la déformation dans le haut du glacier est plus importante que pour le reste de la ligne d'écoulement. Ceci est particulièrement important pour les forages polaires. En effet, si la déformation dans le haut du glacier est plus importante, « il reste plus de place » pour les périodes plus anciennes. Les forages aux pôles paraissent donc pertinents pour remonter loin dans le passé et avec une bonne résolution.

Pour simplifier, C. Ritz s'est limitée à une formulation de la vitesse verticale identique à celle de la ligne d'écoulement, mais en diminuant la valeur de  $m$  pour tenir compte de l'amincissement plus fort dans le haut du forage. Par ailleurs, pour des raisons de symétrie, le glissement est nul ( $s=0$ ).

Ceci conduit à l'expression suivante pour la vitesse verticale :

$$u_z(z) = \left( \dot{b} - \frac{\partial H}{\partial t} - \dot{f} \right) \zeta \frac{m+2}{m+1} \left( \frac{\zeta^{m+1}}{m+2} - 1 \right) + \left( \dot{b} - \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial B}{\partial t} \right), \quad (\text{I.25})$$

ce qui nous donne comme amincissement :

$$\dot{\epsilon}_{zz} = \frac{1}{H} \frac{m+2}{m+1} \left( \dot{b} - \frac{\partial H}{\partial t} - \dot{f} \right) (\zeta^{m+1} - 1). \quad (\text{I.26})$$

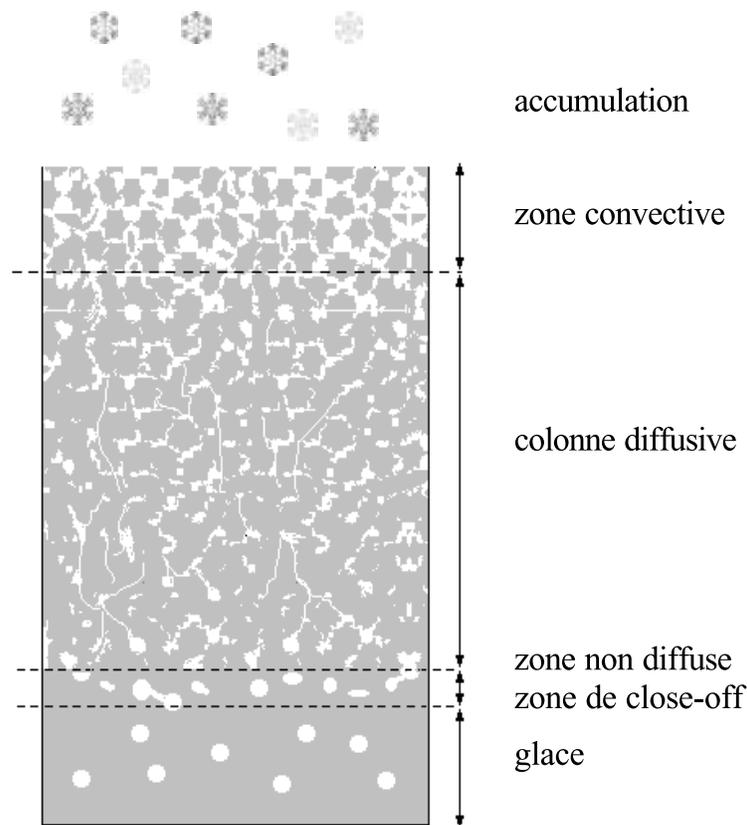
## 1.5. Datation du gaz

Le névé est la zone supérieure des calottes qui est poreuse. Elle marque la transition entre la neige qui tombe en surface, et la glace en profondeur. Selon les sites, son épaisseur varie grossièrement de 50 m (Groenland) à 120 m (Antarctique central). Sa densité varie entre la densité de surface (typiquement 0.4) et la densité à la profondeur du *close off*, profondeur à laquelle les

pores se ferment (typiquement 0.83). A cette profondeur, l'air est piégé dans des bulles isolées et ne circule plus.

On peut distinguer 4 zones dans le névé [Sowers *et al.*, 1992], représentées sur l'illustration I.7 :

- **La zone convective**, située juste en dessous de la surface. La convection dans cette zone est provoquée d'une part par le gradient thermique, d'autre part par les vents de surface.
- **La zone diffusive** correspond à une zone où la colonne d'air est statique (sans convection). Le mouvement se fait alors à l'échelle moléculaire (diffusion), et on observe dans cette zone des fractionnements moléculaires. Par exemple, les molécules les plus lourdes se déplacent préférentiellement dans les zones froides et basses, tandis que les molécules légères se situent davantage dans les zones chaudes et élevées.
- **La zone non diffusive**, à l'intérieur de laquelle les pores sont presque fermés et où la diffusion moléculaire devient alors négligeable.
- **La zone de fermeture des bulles**, ou zone de *close off*, se situe à la base du névé. Les bulles de gaz se ferment et l'air est alors piégé à l'intérieur.



**Illustration I.7** Schéma illustrant les différentes zones d'un névé. Adapté de *Sowers* [1992].

Le sommet de la zone non diffusive correspond à une profondeur critique au-dessus de laquelle l'air contenu dans l'espace poreux du névé est encore en contact avec l'atmosphère de surface. Alors que la neige, à cette profondeur, s'est déposée depuis plusieurs centaines ou même milliers d'années, le gaz, lui, en est encore à l'âge « zéro », c'est à dire l'âge de la neige en cours d'accumulation. Par conséquent, à n'importe quelle profondeur d'une carotte de glace, le gaz contenu dans la bulle d'air piégée est toujours plus jeune que la glace qui l'entoure.

En réalité, on ne peut pas attribuer un âge instantané au gaz présent à une profondeur donnée. En effet, le gaz transitant dans la colonne diffusive, il se produit un mélange de gaz issus d'atmosphères de différentes époques. De plus, comme la zone de close off s'étend sur plusieurs mètres, les gaz emprisonnés à une même profondeur peuvent l'avoir été à des époques légèrement différentes. Il se produit donc une sorte de diffusion du signal, d'autant plus importante que l'accumulation est faible (voir le signal méthane de Vostok comparé à celui de GRIP). Cependant, dans notre étude, nous ferons l'hypothèse que le gaz a un âge unique à une profondeur donnée. Il

s'agirait en fait, avec plus de rigueur, de l'âge moyen.

Pour calculer la différence d'âge entre le gaz et la glace situés à une même profondeur, il faut donc :

- calculer la profondeur à laquelle les bulles se ferment (ou profondeur de Close Off),
- calculer l'âge de l'air à cette profondeur, en utilisant un modèle de diffusion de l'air,
- calculer l'âge de la glace à cette profondeur, en utilisant un modèle de densification de la neige.

Nous allons faire une revue des différents modèles de densification de la neige dans le névé présents dans la littérature. Les 3 modèles que nous présenterons supposent deux zones distinctes dans le névé. La première, pour  $\rho < 0.55$ , concerne la phase « neige », où le glissement des grains les uns par rapport aux autres domine dans le processus de densification. Dans la deuxième étape ( $\rho > 0.55$ ), le glissement des grains étant terminé, c'est la déformation des grains qui prédomine. On notera  $\rho_t = 0.55$  la densité à la transition.

Nous négligerons dans la suite le calcul de l'âge du gaz au fond du névé. En effet, nos applications se situant en Antarctique central, cet âge (quelques dizaines d'années seulement) sera négligeable devant l'âge de la glace au fond du névé (plusieurs milliers d'années).

### 1.5.1. Le modèle de Herron & Langway [1980]

Le but d'Herron et Langway est de construire un modèle empirique de névé, à partir de profils de densité mesurés sur 17 sites différents au Groenland et en Antarctique. Les températures annuelles de ces sites vont de  $-57^\circ\text{C}$  à  $-15^\circ\text{C}$ , et les accumulations annuelles vont de 2.2 à 50 cm d'eau/an. Par ailleurs, le modèle suppose qu'on se trouve à température et accumulation constantes.

Le modèle est basé sur le postulat plus ou moins physique, suivant :

$$\frac{d\rho}{\rho_i - \rho} = C \times \rho \times dh$$

où  $\rho_i$  est la densité de la glace (prise ici égale à  $0.917 \text{ Mg m}^{-3}$ ),  $\rho$  est la densité de la particule de neige observée,  $dh$  est sa variation de hauteur, et  $C$  est une constante. Ceci implique une relation linéaire entre  $\ln\left(\frac{\rho}{\rho_i - \rho}\right)$  et la profondeur. Cette loi s'applique aux 2 premiers stades de densification, la phase neige (où le glissement des grains domine) pour  $\rho < 0.55$ , puis le névé pour  $0.55 < \rho < 0.8$  ;

on obtient deux constantes différentes  $C_1$  et  $C_2$ . Autrement dit, on obtient l'équation suivante :

$$\frac{d \ln \left[ \rho / (\rho_i - \rho) \right]}{dh} = C \quad \text{I.27}$$

Notons que certains sites trop chauds posent problème dans ces lois empiriques (présence de couche de glace dans le névé).

Pour résoudre l'équation pour la variation de densité  $d\rho/dt$ , il faut utiliser la substitution :

$dh/dt = A/\rho$  où  $A$  est l'accumulation en équivalent d'eau (cette hypothèse découle de l'hypothèse d'état stationnaire). On obtient alors :

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{CA}{\rho_i} (\rho_i - \rho) \quad \text{I.28}$$

En fait, les constantes  $C_1$  et  $C_2$  dépendent encore de l'accumulation et de la température, et Herron et Langway supposent :

$$CA/\rho_i = kA^\alpha, \quad \text{I.29}$$

avec  $k$  une constante de type Arrhenius, c'est à dire qui dépend de la température selon une exponentielle :

$$k = k_0 \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right), \quad \text{I.30}$$

où  $Q$  est une énergie d'activation,  $T$  la température,  $R=8.314$  la constante des gaz parfaits.  $k=k_1$  et  $\alpha=\alpha_1$  pour le premier stage et  $k=k_2$  et  $\alpha=\alpha_2$  pour le deuxième stage. En prenant des sites de températures à peu près équivalentes, les auteurs obtiennent d'abord  $\alpha_1=1.1\pm 0.2$  et  $\alpha_2=0.5\pm 0.2$  (Ils choisiront  $\alpha_1=1$  par la suite pour faciliter). Puis les lois sur  $k$  ont été déterminées à partir de chaque site :

$$\begin{aligned} k_1 &= 11 \exp\left(-\frac{10160}{RT}\right) \\ k_2 &= 575 \exp\left(-\frac{21400}{RT}\right) \end{aligned} \quad \text{I.31}$$

Ainsi, connaissant en un site donné  $A$ ,  $T$ , et la densité de surface  $\rho_0$ , il est possible de calculer le profil de densité du névé et l'âge de la glace à la profondeur de close off. A partir des équations I.27

et I.29, on obtient donc le profil de densité suivant pour le premier stage de densification :

$$\rho(h) = \frac{\rho_i Z_1}{1 + Z_1} \quad \text{I.32}$$

où  $Z_1$  est une quantité sans unité dépendant de  $h$  et donnée par :

$$Z_1 = \exp \left[ \rho_i k_1 h A^{\alpha_1 - 1} + \ln \left( \frac{\rho_0}{\rho_i - \rho_0} \right) \right] \quad \text{I.33}$$

Notons que ce profil ne dépend en fait que du taux d'accumulation du site en question si on choisit  $\alpha_1 = 1$ . La profondeur  $h$  à une densité  $\rho$  s'obtient par réarrangement des deux équations précédentes

:

$$h(\rho) = \frac{1}{\rho_i k_1 A^{\alpha_1 - 1}} \left[ \ln \left( \frac{\rho}{\rho_i - \rho} \right) - \ln \left( \frac{\rho_0}{\rho_i - \rho_0} \right) \right] = \frac{1}{\rho_i k_1 A^{\alpha_1 - 1}} \ln \left( \frac{\rho(\rho_i - \rho_0)}{\rho_0(\rho_i - \rho)} \right) \quad \text{I.34}$$

L'âge (noté  $Age$ ) à une densité  $\rho$  est déduit par intégration de l'équation I.28 :

$$Age(\rho) = \frac{1}{k_1 A} \ln \left[ \frac{\rho_i - \rho_0}{\rho_i - \rho} \right] \quad \text{I.35}$$

et on obtient ainsi la profondeur  $h_t$  et l'âge  $Age_t$  à la transition neige-névé en prenant  $\rho = \rho_t$ .

Pour le deuxième stage de densification, on obtient de la même manière :

$$\rho(h) = \frac{\rho_i Z_2}{1 + Z_2} \quad \text{I.36}$$

avec :

$$Z_2 = \exp \left[ \rho_i k_2 (h - h_t) A^{\alpha_2 - 1} + \ln \left( \frac{\rho_t}{\rho_i - \rho_t} \right) \right] \quad \text{I.37}$$

La hauteur et l'âge à la densité  $\rho$  sont alors donnés par :

$$h(\rho) = h_t + \frac{1}{\rho_i k_2 A^{\alpha_2 - 1}} \ln \left( \frac{\rho(\rho_i - \rho_t)}{\rho_t(\rho_i - \rho)} \right),$$

$$Age(\rho) = \frac{1}{k_2 A^{\alpha_2}} \ln \left[ \frac{\rho_i - \rho_t}{\rho_i - \rho} \right] + Age(\rho_t).$$
I.38

L'accumulation d'un site peut donc être déterminée à partir de la pente  $C_2$  du second stage de densification et à partir de la température.

## 1.5.2. Le modèle de Pimienta–Barnola [*Barnola et al.*, 1991]

Ce modèle reprend celui d'Herron and Langway pour la partie neige ( $\rho < \rho_t$ ), tandis qu'il adopte une formulation semi-empirique pour la partie névé ( $\rho > \rho_t$ ), plus physique que la formulation du modèle précédent, car elle fait notamment intervenir la charge présente sur une couche de neige.

### 1.5.2.1. La partie neige

Reprenant le modèle de Herron et Langway jusqu'à la profondeur correspondant à la densité 0.55, on en déduit la profondeur et l'âge à la transition neige–névé :

$$h_t = \frac{1}{\rho_i k_1} \left[ \ln \left( \frac{\rho_t}{\rho_i - \rho_t} \right) - \ln \left( \frac{\rho_0}{\rho_i - \rho_0} \right) \right]$$

$$Age_t = \frac{1}{k_1 A} \ln \left[ \frac{\rho_i - \rho_0}{\rho_i - \rho_t} \right]$$
I.39

avec  $\rho_t = 0.55$  (cf. ci-dessus).

Comme nous l'avons vu, ce modèle considère que l'on est à accumulation et température constantes. En pratique, on prendra donc les accumulation et température moyennées en temps entre l'âge de la neige de surface et l'âge de la neige à la densité de transition  $\rho_t$ . Comme ces âges sont eux-même calculés par le modèle, il nous faut donc faire un certain nombre de boucles jusqu'à convergence.

### 1.5.2.2. La partie névé

Entre 0.55 et 0.8, le taux de densification  $\dot{\rho}/\rho$  est relié à la pression effective  $\Delta P$  (i. e., la pression de la glace moins la pression des bulles) par :

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = Af(\Delta P)^n, \quad \text{I.40}$$

avec

$$\text{avec } A = A_0 \exp(-Q/RT), \quad \text{I.41}$$

où  $Q$  est l'énergie d'activation,  $R$  est la constante des gaz parfaits, et  $T$  est la température.  $n$  est pris égal à 1 pour  $\Delta P < 0.1$  MPa, et égal à 3 pour  $\Delta P > 0.1$  MPa. Comme on est très rapidement dans le 2<sup>ème</sup> cas, on prendra  $n=3$ . Les auteurs prennent également  $Q=60$  KJ/mol et  $A_0=2.54 \cdot 10^4$  (MPa)<sup>-3</sup> s<sup>-1</sup> (=  $2.54 \cdot 10^{-14}$  Pa<sup>-3</sup> s<sup>-1</sup>).

Remarque 1 : nous avons apporté une modification au calcul numérique de la charge dans ce modèle, qui change significativement les résultats en régime transitoire (voir Annexe 217).

Remarque 2 : la formule ci-dessus est écrite de telle sorte que l'unité de certaines variables (comme  $A_0$ ) dépende de l'exposant  $n$ . Pour éviter ce désagrément, on peut faire intervenir une pression de référence  $P_0$  et écrire :

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = Af\left(\frac{\Delta P}{P_0}\right)^n = A_0 \exp(-Q/RT) f\left(\frac{\Delta P}{P_0}\right)^n, \quad \text{I.42}$$

$A_0$  est alors l'inverse d'un temps. Si on prend  $P_0=1$  Pa, on a alors  $A_0=2.54 \cdot 10^{-14}$  s<sup>-1</sup> ou encore  $A_0=8.010144 \cdot 10^{-7}$  an<sup>-1</sup>.

Pour  $\rho > 0.8$ , la fonction  $f$  donnée par un modèle de pores sphériques convient :

$$f_s(\rho) = \frac{3}{16} \frac{(1-\rho/\rho_i)}{\left(1-(1-\rho/\rho_i)^{-1/3}\right)^3}, \quad \text{I.43}$$

où  $\rho_i$  est la densité de la glace pure. Pour  $0.55 < \rho < 0.8$ , une fonction  $f_e$  a été dérivée empiriquement, de sorte que  $f$  et sa dérivée soient continues :

$$f_e(\rho) = 10^{\alpha(\rho/\rho_i)^3 + \beta(\rho/\rho_i)^2 + \delta(\rho/\rho_i) + \gamma}, \quad \text{(I.44)}$$

avec  $\alpha = -29.166$ ,  $\beta = 84.422$ ,  $\delta = -87.425$ , et  $\gamma = 30.673$ .

La densité au close off se déduit du volume  $V_{CO}$  des pores au Close Off (en  $\text{cm}^3/\text{g} = \text{L}/\text{Kg} = \text{m}^3/\text{tonne}$ ) :

$$\rho_{CO} = \frac{1}{V_{CO} + \frac{1}{\rho_i}} = \frac{\rho_i}{V_{CO}\rho_i + 1}, \quad \text{I.45}$$

$V_{CO}$  est donné par une relation empirique basée sur un grand nombre de sites [Arnaud et al., 2000] :

$$V_{CO} = 7.6248 \cdot 10^{-4} \times T - 0.05741, \quad \text{(I.46)}$$

### 1.5.3. Le modèle d'Arnaud et al. [2000]

Ce modèle est également décrit dans Arnaud [1997]. Il vise à décrire de manière plus physique la densification de la neige dans le névé, avec un modèle de glissement des grains de neige dans la partie supérieure du névé ( $\rho > \rho_i$ ), et un modèle de déformation des grains dans la partie inférieure ( $\rho < \rho_i$ ).

#### 1.5.3.1. La partie neige

Ce modèle est basé, pour la partie neige, sur le modèle d'Alley [1987], modèle de glissement des grains de neige sans déformation de ceux-ci. Le taux de densification est donné par :

$$\frac{dD}{dt} = \gamma \frac{\dot{b} g t}{D^2} \left( 1 - \frac{D}{D_1} \right), \quad \text{I.47}$$

avec  $D$  la densité relative (sans unité,  $\rho = \rho_i D$ ),  $t$  le temps (en années),  $\dot{b}$  l'accumulation (en  $\text{m}^{-2} \text{an}^{-1}$ , ce qui correspond à des mètres d'eau par an),  $g$  est la constante de la gravitation ( $= 9.81 \cdot 10^3 \text{ N/t}$ ),  $D_1 = 0.6 \cdot 10^3$  est la densité relative maximale d'empilement de sphères et  $\gamma = (2\lambda R)/(15\nu r^2)$  (en  $\text{Pa}^{-1} \text{an}^{-1}$ ).  $R$  et  $r$  sont les diamètres respectifs des grains et des joints de

9 Dans l'article Barnola et al. [1991], la formule est définie en fonction de  $\rho$  et non de  $\rho/\rho_i$ . D'après J.-M. Barnola, cette formulation n'est pas très physique, et nous avons modifié cette expression dans le modèle numérique comme indiqué dans la formule I.30.

grains, supposés constants dans ce modèle.  $\nu$  est la viscosité des joints de grains (en Pa·an, constante si on suppose des conditions isothermes), et  $\lambda$  est l'épaisseur de la liaison visqueuse entre les grains (en m). En fait, le terme  $\dot{\gamma} g t$  utilisé par *Alley* [1987] correspond à une pression effective  $\Delta P$  de la neige (pression réelle moins pression de l'air, en Pa), et n'est pas très appropriée quand l'accumulation varie. On peut donc tout simplement le remplacer par la pression de neige au-dessus du point considéré.

Dans le modèle d'*Arnaud et al.* [2000], le coefficient  $\gamma$  est calculé de sorte que le taux de densification soit continu à la transition neige-névé.

### 1.5.3.2. La partie névé

Le modèle est basé, pour la partie névé, sur un modèle de déformation de grain de *Artz* [1982], qui donne le taux de déformation <sup>10</sup>:

$$\frac{dD}{dt} = 5.3 \cdot A (D^2 D_0)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{a}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{P^*}{3 \sigma_0} \right)^n, \quad (I.48)$$

Avec  $D$  la densité absolue de la particule,  $D_0$  la densité absolue à la transition neige-névé,  $P^* = 4 \pi P / (a Z D)$  la pression réelle agissant sur les surfaces de contact (en Pa),  $a$  la surface de contact, rapportée à  $R^2$  ( $R$  est le diamètre initial de la particule),  $P$  est la pression effective de la glace (pression réelle moins pression atmosphérique),  $Z$  est le nombre de « coordonnations » à la densité  $D$ ,  $n$  est l'exposant de contrainte de la loi d'écoulement, et il est pris égal à 3 [*Pimienta and Duval*, 1987],  $\sigma_0$  est une constante d'homogénéisation, prise égale à 1 Pa,  $A$  est la « creep constant », de type Arrhenius :

$$A = A_0 \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right), \quad I.49$$

avec  $Q = 60$  kJ/mole et  $A_0 = 7.89 \cdot 10^{-15} \text{ s}^{-1} = 2.488 \cdot 10^{-7} \text{ an}^{-1}$ . Cette dernière valeur a été calculée à partir d'un profil de densité de glace bulleuse à *Byrd* (à  $-28$  °C,  $A/\sigma_0^3 = 1.3 \cdot 10^{-9} (\text{MPa})^{-3} \text{ s}^{-1}$  [*Arnaud*, 1997, chapitre 4]), et a été confirmée par des essais mécaniques en laboratoire sur des glaces polaires [*Duval and Castelnau*, 1995].  $a$  et  $Z$  sont donnés par :

<sup>10</sup> La formule I.31 a été légèrement modifiée par rapport à *Arnaud* [1997]. Le terme  $\sigma_0$  a été ajouté pour que l'unité de  $P^*$  ne dépende pas de l'exposant  $n$ .

$$a = \frac{\pi}{3ZR'^2} \left[ 3(R''^2 - 1)Z_0 + R''^2 c(2R'' - 3) + c \right], \quad \text{I.50}$$

$$Z = Z_0 + c(R' - 1), \quad \text{I.51}$$

avec :

$$R' = \sqrt[3]{\frac{D}{D_0}}, \quad \text{I.52}$$

$$R'' = R' + \frac{4Z_0(R' - 1)^2(2R' + 1) + c(R' - 1)^3(3R' + 1)}{12R' \left[ 4R' - 2Z_0(R' - 1) - c(R' - 1)^2 \right]}.$$

Remarque : nous avons apporté une modification dans le calcul numérique de la charge d'une particule, ce qui change significativement les résultats en régime transitoire. (Voir Annexe B)

### 1.5.3.3. La transition neige-névé

La transition du modèle de Alley vers le modèle de Arzt s'opère quand  $D = D_0$ .  $D_0$  peut être déduit de la température par une loi empirique : on relie directement  $D_0$  à la température du site, comme l'a fait *Arnaud* [1997, p. 111] :

$$D_0 = 0.00226 \times (T - 273.15) + 0.647 = 0.00226 \times T + 0.03, \quad \text{(I.53)}$$

où  $T$  est la température en °K.  $D_0$  est obtenu par filtrage du profil de densité mesuré en un site donné. On peut aussi relier  $D_0$  au volume des pores au close off,  $V_{CO}$ , par une relation empirique. Puis en utilisant les données de teneur en air, on détermine  $V_{CO}$  puis  $D_0$  pour un site donné. A l'aide de cette relation  $D_0 - V_{CO}$ , et de la loi I.33, une relation très proche de la relation I.32 est obtenue :

$$D_0 = 0.00243 \times (T - 273.15) + 0.657 = 0.00243 \times T + 0.04, \quad \text{I.54}$$

Comme nous l'avons indiqué plus haut,  $\gamma$  est ajusté de sorte que  $\frac{dD}{dt}$  soit continu à la transition. Cependant, les deux modèles possèdent des singularités, en  $D_1$  pour celui de Alley, et en  $D_0$  pour celui de Arzt. Comme  $D_0 < D_1$  pour la gamme de températures que l'on considère, on utilise alors une valeur intermédiaire  $D_0 + \epsilon$  (dans le modèle numérique,  $\epsilon = 0.03$ ).

Nous suggérons une modification du modèle à l'interface neige–névé, pour éviter le problème des singularités (voir Annexe B).

# Chapitre II : Informations chronologiques

Nous distinguerons deux types d'informations chronologiques. Les informations chronologiques absolues donnent directement une indication sur l'âge de la glace ou des bulles de gaz d'un forage à une profondeur donnée. Les informations chronologiques relatives permettent de comparer la chronologie d'un forage à celle d'un autre enregistrement temporel. Elles impliquent donc des informations chronologiques absolues si l'enregistrement temporel en question est lui-même daté. Mais l'incertitude de l'information absolue est toujours plus grande que l'incertitude de l'information relative, car elle comprend également l'incertitude de la corrélation entre les deux enregistrements temporels.

Nous allons d'abord décrire les informations chronologiques relatives qui sont disponibles pour un forage polaire, puis nous listerons les informations chronologiques absolues.

## ***II.1. Informations chronologiques relatives***

L'incertitude sur la comparaison de deux enregistrements dépend :

- de l'échantillonnage des enregistrements ;
- de la précision des mesures ;
- de l'intensité des variations ;
- de la ressemblance des variables physiques qui sont mesurées : il faut que les paramètres physiques mesurés soient identiques dans les deux cas.

En résumé, la corrélation sera précise si les deux enregistrements sont précis et bien échantillonnés, si les variations enregistrées sont rapides, et si les enregistrements représentent bien la même variable physique.

### **II.1.1. Corrélation à un autre forage polaire**

La corrélation à un autre forage polaire peut se faire au travers de la glace ou au travers du gaz.

#### ***II.1.1.1. Corrélation des enregistrements présents dans la glace***

Les enregistrements suivants peuvent être utilisés pour comparer stratigraphiquement les

profondeurs glace de deux forages polaires :

#### **II.1.1.1.1. Le signal isotopique en deutérium ou oxygène 18 de la glace**

Cette corrélation ne peut se faire que pour deux forages d'un même hémisphère, le signal de température étant différent en Antarctique et au Groenland, sans doute même en antiphase aux courtes échelles de temps [Blunier *et al.*, 1998 ; Blunier and Brook, 2001]. La corrélation est précise pour les forages groenlandais là où les variations de température locale sont importantes, notamment lors des événements de Dansgaard–Oeschger [Grootes *et al.*, 1993 ; Alley *et al.*, 1995]. Pour l'Antarctique, la précision est moindre, car la température a varié moins brusquement. Cette comparaison des isotopes de deux forages a été faite systématiquement sur les forages d'un même hémisphère. Elle suppose tout de même que le signal de température soit en phase pour les deux sites étudiés. Cependant, certains forages antarctiques ne semblent pas toujours présenter les mêmes variations de température. En particulier, le signal isotopique de Taylor Dôme, site côtier, montre une remontée des températures bien différente des sites centraux lors de la dernière déglaciation [Mayewski *et al.*, 1996 ; Steig *et al.*, 1998].

#### **II.1.1.1.2. Les poussières**

les poussières permettent également une comparaison stratigraphique entre deux forages situés dans le même hémisphère. En effet, les sources des poussières sont différentes pour l'Antarctique et le Groenland et ne permettent pas une corrélation inter-hémisphérique. Les poussières trouvées en Antarctique proviennent principalement de la Patagonie (Amérique du Sud) [Grousset *et al.*, 1992 ; Basile *et al.*, 1997], tandis que l'origine des poussières du Groenland semble être l'Asie (Chine et désert de Gobi) [Biscaye *et al.*, 1997]. Cette méthode a été utilisée en Antarctique pour comparer les forages de Dôme C (ancien forage), Dôme B et Vostok lors de la dernière déglaciation [Jouzel *et al.*, 1995], mais la corrélation est peu précise à cause d'un échantillonnage réduit. Les mesures qui sont faites actuellement sur les carottes de Vostok et Dôme C (nouveau forage) promettent une corrélation très précise tout au long des deux forages [Barbara Delmonte, communication personnelle, 2002 ; Olivier le Roux, 2002].

#### **II.1.1.1.3. La conductivité de la glace**

La conductivité de la glace (ou ECM) est un paramètre compliqué à déchiffrer

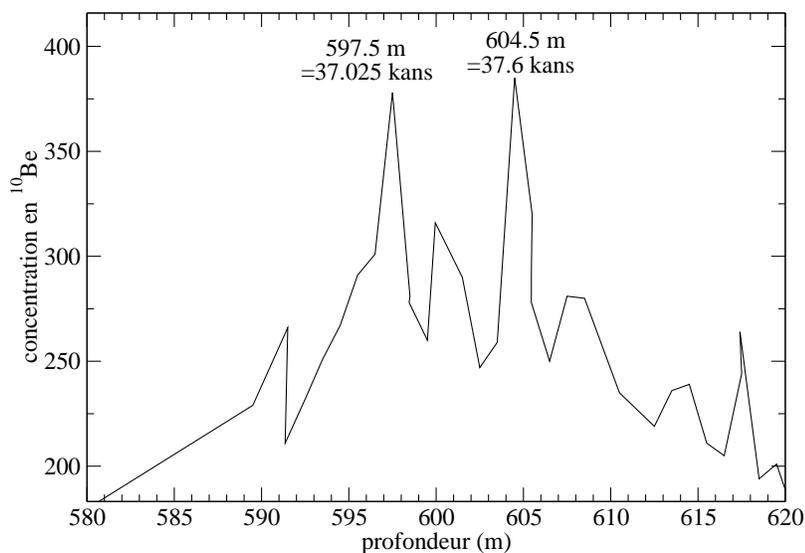
quantitativement. Il mesure la quantité d'ions présents dans la glace, car ce sont eux qui rendent la glace plus conductrice. Au centre du Groenland, les événements rapides de températures sont très visibles dans le signal ECM et permettent une fine corrélation durant la dernière déglaciation et toute la période glaciaire [Taylor et al., 1993]. En Antarctique, le signal d'ECM s'utilise de deux manières différentes pour contraindre la correspondance stratigraphique entre deux forages Antarctique :

- pour donner une première idée grossière de cette correspondance. En effet, l'ECM est la première mesure faite sur la carotte, directement sur le site de forage. Le signal aux grandes échelles de temps de l'ECM correspond aux variations globales de composés chimiques qui tombent en surface, et donc aux variations climatiques importantes. Deux forages peuvent donc être corrélés stratigraphiquement avec une précision relativement large.
- Pour affiner une correspondance existante. En effet, l'ECM est également sensible à la présence de retombées d'origine volcanique dans la glace. Chaque événement éruptif suffisamment important correspond à un pic bien marqué de l'ECM. Si l'on dispose d'une première corrélation stratigraphique entre deux forages, l'ECM nous permettra de raffiner cette corrélation pour atteindre une précision de quelques dizaines d'années seulement !

#### **II.1.1.1.4. Les couches de cendre**

Des couches de cendre provenant d'événements éruptifs peuvent également être repérées dans la glace. L'analyse de ces cendres permet une identification de l'éruption et donc une corrélation quasi parfaite entre deux forages situés sur le même pôle. Cependant, il existe beaucoup moins de couches de cendre que de pics d'ECM dans une carotte polaire. Certains événements éruptifs n'existent pas dans certaines carottes, peut-être à cause d'un remaniement de la neige de surface, l'accumulation étant très faible pour les forages du centre de l'Antarctique. Cette technique a permis la corrélation de plusieurs forages de Vostok [voir Basile, 1997]. En ce qui concerne la corrélation inter-forages en Antarctique, celle-ci n'est pas aisée car la provenance des cendres volcaniques est différente selon la localisation du forage. Ainsi, parmi les 15 couches de cendres visibles dans la carotte de Vostok, 9 proviennent des îles Sandwich, 3 du sud de l'Amérique du Sud, 1 de la péninsule Antarctique, et 1 de l'Antarctique de l'Ouest [Basile et al., 2001]. L'identification de deux couches de cendres provenant de la même éruption (vieille d'environ 3 200 ans) dans les carottes de Vostok et Pôle Sud a permis une corrélation entre ces deux carottes [Palais et al., 1987]. De la même manière, 8 couches de cendre enregistrées dans la carotte de Dôme Fuji ont été repérées dans la carotte de Vostok [Fujii et al., 1999].

### II.1.1.1.5. Le pic de béryllium 10



**Illustration II.1** Localisation du double pic de béryllium 10 à Vostok. Les âges sont issus de la chronologie GT4 [Petit *et al.*, 1999].

Un double pic de béryllium 10 est présent vers 40 kans dans les forages de l'Antarctique et du Groenland [pour Vostok, Raisbeck *et al.*, 1987, Yiou *et al.*, 1997 ; pour Byrd, Beer *et al.*, 1992 ; pour GRIP, Yiou *et al.*, 1997, pour le nouveau Dôme C, EPICA members, 2002]. Les deux pics sont séparés de 570 ans sur Vostok selon l'échelle d'âge GT4 (voir Illustration II.1) et d'environ 1 000 ans à GRIP selon l'échelle d'âge ss09. Ce double pic serait dû à l'anomalie du champ magnétique de Laschamp [Wagner *et al.*, 2000], la faiblesse du champ magnétique à cette époque favorisant une augmentation de la production des isotopes cosmogéniques. L'intérêt de ce pic est qu'il forme un point de calage sur la glace de deux forages, même provenant d'hémisphères différents. Nous avons récapitulé dans le tableau ci-dessous les positions de ce pic dans différents forages. Ce pic n'a pas, à notre connaissance, été mesuré sur la carotte de GISP2, mais nous pouvons déduire sa position assez précisément grâce à la corrélation isotopique entre GRIP et GISP2 : les deux pics se trouvent exactement au début et à la fin du stade isotopique groenlandais 10 [cf. Yiou *et al.*, 1997].

	<i>Vostok</i>	<i>GRIP</i>	<i>GISP2</i>	<i>EPICA-DC</i>
Profondeur milieu (m)	601	2238	2271	740
Profondeur haute (m)	597.5	2231	2263	735.5
Profondeur basse (m)	604.5	2245	2279	744.5

### **II.1.1.2. Corrélation des enregistrements présents dans les bulles de gaz**

Différents enregistrements peuvent être utilisés pour comparer stratigraphiquement les profondeurs gaz de deux forages polaires :

#### **II.1.1.2.1. Le méthane**

Le méthane est à ce jour le meilleur outil pour comparer des forages issus de deux hémisphères différents. Ses variations sont en effet globales : son faible temps de circulation dans l'atmosphère entraîne une concentration à peu près constante sur tout le globe. Étant produit principalement dans l'hémisphère nord, il existe un gradient permanent de concentration entre le Groenland et l'Antarctique. Cet outil a été utilisé pour comparer la stratigraphie des forages de GRIP (Groenland), Byrd et Vostok (Antarctique) jusqu'à environ 45 000 ans [*Blunier et al.*, 1998], ou de GISP2 (Antarctique) et de Byrd sur 90 000 ans [*Blunier and Brook*, 2001]. Remarquons que cette corrélation est précise pour les périodes de fortes variations du méthane, c'est à dire la dernière déglaciation (transitions Holocène-Younger Drias, Younger Drias-Bølling/Allerød, Bølling/Allerød-LGM) et la période marquée par des événements rapides de méthane. Il existe cependant un trou dans cette corrélation pour le maximum glaciaire, entre environ 18 et 28 kans, là où les variations de méthane sont faibles.

#### **II.1.1.2.2. Le CO<sub>2</sub>**

Le CO<sub>2</sub> peut aussi servir d'outil stratigraphique, car sa concentration dans l'atmosphère est uniforme. Cependant, des phénomènes de production in situ ne permettent pas la reconstruction d'un signal global dans les forages groenlandais, et le CO<sub>2</sub> se limite donc à un outil potentiel de corrélation pour les forages antarctiques. Néanmoins, ce marqueur n'a, à notre connaissance, jamais été utilisé pour les forages antarctiques. En effet, ses faibles variations empêchent une corrélation précise et le méthane est toujours privilégié pour cet exercice. Il pourrait cependant servir

conjointement au méthane et à l' $^{18}\text{O}_{\text{atm}}$ .

### **II.1.1.2.3. L'oxygène 18 des bulles**

L'oxygène 18 des bulles ( $^{18}\text{O}_{\text{atm}}$ ) est lui aussi un signal global qui peut fournir des contraintes stratigraphiques. Comme le méthane, il a servi à contraindre la relation de phase entre changements de température en Antarctique et au Groenland [voir *Bender et al.*, 1994, pour une corrélation entre Vostok et GISP2]. Même si la précision de la corrélation stratigraphique est moins bonne que celle du méthane (les variations de  $^{18}\text{O}_{\text{atm}}$  sont moins rapides que celles du méthane), il peut toujours être utilisé pour donner une première relation entre deux forages, qui peut ensuite être affinée par le méthane. De plus, l'utilisation du méthane exige un échantillonnage très important du fait de la succession des variations rapides. De fait, là où le nombre d'échantillons est peu important (par exemple pour le fond des forages), l'utilisation de l' $^{18}\text{O}_{\text{atm}}$  –ou même l'utilisation conjointe du méthane et de l' $^{18}\text{O}_{\text{atm}}$ – est préférable.

## **II.1.2. Corrélation aux forages océaniques**

Plusieurs signaux mesurés dans les forages polaires permettent une corrélation aux enregistrements des forages océaniques :

### **II.1.2.1. Les poussières**

Les poussières des forages antarctiques peuvent être comparées aux poussières mesurées dans les carottes océaniques de l'océan austral (mesure de susceptibilité magnétique). Ainsi, la chronologie de Vostok a été comparée à celle de la carotte RC11–120 [*Petit et al.*, 1990], ce qui a permis de caler la position du dernier interglaciaire (stade 5.5), mais avec une barre d'erreur de plusieurs milliers d'années.

### **II.1.2.2. Le signal isotopique des forages groenlandais ou le méthane**

Le signal de température des carottes groenlandaises et celui de méthane sont synchrones à quelques dizaines d'années près [*Severinghaus et al.*, 1998 ; *Severinghaus et al.*, 1999]. Grâce à leurs variations rapides permettent une corrélation aux enregistrements océaniques de l'Atlantique nord, au travers de plusieurs indicateurs :

- **le signal isotopique ( $\delta^{18}\text{O}$ ) des foraminifères planctoniques** a été utilisé par Bond et al. [1993] pour comparer 3 carottes marines situées dans l'Atlantique Nord au signal isotopique de GRIP. C'est la même démarche qu'ont utilisée *Shackleton et al.* [2000] pour une carotte marine (MD95–2042) forée au large du Portugal ;
- **la susceptibilité magnétique** a permis une comparaison entre l'isotope de GRIP et la carotte ENAM93–21, située au large des îles Britanniques et couvrant 58 kans [*Rasmussen et al.*, 1996] ;
- **la température de surface déduite de la méthode des analogues** (méthode basée sur les statistiques d'espèces de foraminifères présents dans une carotte) a permis à *Waelbroeck et al.* [2001] une corrélation entre GRIP et trois carottes océaniques de l'Atlantique Nord durant les événements rapides de la dernière déglaciation (transition vers le Bølling/Allerød et transition Younger Drias–Holocène). Cette comparaison a permis de montrer que les âges réservoir de l'Atlantique Nord (âge des eaux de surface) ont considérablement varié durant la dernière déglaciation. Par la même méthode, *Siani et al.* [2001] ont comparé une carotte située au sud de la mer Adriatique avec le forage GISP2 lors de la dernière déglaciation.
- **Le carbone organique total (TOC, total organic carbon), le  $\delta^{18}\text{O}$  des foraminifères planctoniques, et la vitesse du son dans les sédiments** (ce dernier mesure les variations de densité de masse) ont permis de corréler l'isotope de GISP2 avec plusieurs carottes océaniques de la mer d'Arabie, région sensible aux changements de mousson [*Schulz et al.*, 1998].

### II.1.2.3. L'enregistrement d' $^{18}\text{O}_{\text{atm}}$

L'enregistrement d' $^{18}\text{O}_{\text{atm}}$  peut être comparé au  $\delta^{18}\text{O}$  des forages marins profonds. C'est la démarche qu'ont utilisée *Sowers et al.* [1993] pour comparer Vostok et la composition isotopique des foraminifères benthiques d'une carotte océanique équatoriale (V19–30). Il y a deux limitations à ce type de comparaison : 1) l'enregistrement isotopique des foraminifères benthiques comprend, en plus du signal isotopique moyen des eaux océaniques ( $\delta^{18}\text{O}_{\text{sw}}$ ), un signal de température des eaux profondes ; 2) l' $^{18}\text{O}_{\text{atm}}$  lui aussi inclut, en plus du  $\delta^{18}\text{O}_{\text{sw}}$ , un signal lié à l'activité biologique : l'effet Dole [*Bender et al.*, 1994]. Ceci entraîne une incertitude de plusieurs milliers d'années sur la corrélation.

#### **II.1.2.4. Le signal isotopique des forages antarctiques**

L'enregistrement isotopique de la glace (deutérium et oxygène 18) des forages de l'Antarctique peut être directement comparé à l'enregistrement de température des eaux de surface pour des forages océaniques situés dans l'océan Austral. Le deutérium de Vostok a ainsi été comparé aux SST (sea surface temperatures) d'une carotte située dans l'océan austral à 55°S [Pichon *et al.*, 1992]. Ces températures sont déduites de la population de diatomées au travers d'une fonction de transfert (DTF, Diatom transfer function). Cependant, l'échantillonnage de cet enregistrement est faible, et les variations de température sont peu importantes, ce qui induit une corrélation peu significative. De plus, cette démarche suppose que les changements de température sont en phase en Antarctique et dans l'océan Austral, ce qui n'est pas évident. En tout cas, elle ne permet pas d'évaluer d'éventuels déphasages entre ces deux paramètres climatiques. Notons que la même méthode a été utilisée dans Sowers *et al.* [1993] pour comparer l'isotope de Vostok aux SST (également déduites des diatomées) d'une carotte située à 46°S dans l'océan austral.

#### **II.1.3. Corrélation aux enregistrements issus de spéléothèmes**

Les spéléothèmes sont des concrétions calcaires que l'on trouve dans les grottes.

- Des tentatives peuvent être faites pour corréler l'enregistrement isotopique de ces spéléothèmes avec l'enregistrement isotopique de la glace des forages polaires profonds de l'Antarctique. Ainsi, l'oxygène 18 de la carotte couvrant 5 cycles climatiques de Devils Hole (DH-11) a été comparé au deutérium de Vostok [Landwehr *et al.*, 2001]. Comme pour la corrélation aux carottes océaniques, cette démarche suppose que les signaux isotopiques de part et d'autre représentent le même paramètre climatique, ce qui n'a pas été démontré. L'étude de Herbert *et al.* [2001] suggère même très fortement que l'enregistrement de Devils Hole serait local et qu'il serait lié à la croissance de la calotte Laurentide, ce qui expliquerait l'avance de cet enregistrement lors des déglaciations.
- Le méthane ou le signal isotopique des forages groenlandais peuvent également être associés aux enregistrements des spéléothèmes. En effet, des études très récentes sur des spéléothèmes issues de Chine [Wang *et al.*, 2001] et du Sud Ouest de la France [Genty *et al.*, soumis] exhibent un signal isotopique en oxygène 18 (et également carbone 13 pour la deuxième) très bien corrélé aux variations de température du Groenland. Si nous supposons que les paramètres climatiques sont en phase, alors le calage des enregistrements est très précis du fait des variations rapides.

## **II.1.4. Corrélation aux enregistrements lacustres**

Les enregistrements lacustres sont encore peu nombreux et ne couvrent pas une longue période de temps.

*Von Grafenstein et al.* [1998, 1999] ont mesuré les variations de la température des eaux du lac Amersee (sud de l'Allemagne) à partir de la composition isotopique en oxygène 18 des ostracodes. Cet enregistrement couvre l'Holocène, le Drias récent, le Bølling/Allerød, et la fin du Drias ancien, et montre une ressemblance flagrante avec la courbe isotopique des forages Groenlandais. Plusieurs points de calage peuvent ainsi être déterminés au long des 15 000 dernières années.

## **II.1.5. Corrélation aux enregistrements issus de la dendrochronologie**

La dendrochronologie est l'étude de la composition des cernes d'arbres vivants ou morts. La mesure de plusieurs facteurs, notamment isotopiques, permet, par recoupement des intervalles temporels fournis par différents arbres, de construire des enregistrements continus jusqu'à environ 11 500 ans. L'intérêt de cet enregistrement est qu'il est daté avec une incertitude de seulement quelques années.

Parmi les mesures faites dans ces cernes d'arbres, le carbone 14 ( $^{14}\text{C}$ ) permet de remonter à la concentration de cet isotope dans l'atmosphère au cours du temps. Comme le  $^{10}\text{Be}$  mesuré dans les glaces, le  $^{14}\text{C}$  est produit dans la haute atmosphère par les rayons cosmiques. A la différence du  $^{10}\text{Be}$ , le carbone subit un cycle, notamment au travers de la biosphère, qui engendre des variations de concentration dans l'atmosphère plus lisses que les variations de production. Si le signal de  $^{10}\text{Be}$  d'une carotte polaire n'est pas trop perturbé par les variations d'accumulation, comme c'est le cas pendant l'Holocène, il pourra être corrélé à l'enregistrement de  $^{14}\text{C}$  issu de la dendrochronologie, grâce à un modèle du cycle du carbone. Ce travail a été entrepris sur la carotte de Vostok et a permis une datation précise sur les 7 000 dernières années [*Bard et al.*, 1997 ; *Raisbeck et al.*, 1998].

## **II.2. Informations chronologiques absolues**

Différentes méthodes existent pour dater les forages polaires, que nous regrouperons en 5

catégories : comptage des couches annuelles, corrélation aux variations orbitales (orbital tuning), reconnaissance d'horizons repères datés, corrélation à un autre enregistrement temporel daté, et datation par modélisation. Nous allons passer en revue les 4 premières méthodes, la cinquième faisant l'objet du chapitre précédent.

## II.2.1. Comptage des couches annuelles

Le comptage des couches annuelles est la méthode de datation la plus naturelle. Cette technique s'applique dès lors qu'un ou plusieurs paramètres mesurés présentent des variations saisonnières, c'est-à-dire lorsque les couches annuelles sont suffisamment grandes. Elle est donc appropriée pour les forages groenlandais ou les forages côtiers de l'Antarctique, car l'accumulation y est importante. Un amincissement trop important ne permet cependant pas la réalisation de cette technique pour la partie profonde d'un forage. Pour le centre de l'Antarctique, il est vain de chercher des couches annuelles, à cause de la faible accumulation associée à des remaniements de la neige de surface par le vent.

La première chronologie stratigraphique a été réalisée à Dye 3 [Hammer *et al.*, 1986]. La chronologie la plus utilisée de GRIP [ss09, Johnsen *et al.*, 1992] est basée sur un modèle d'écoulement de la glace, mais utilise des points de calage chronologiques déterminés :

- par comparaison avec la datation de Dye 3 pour les 8600 premières années,
- par comptage des variations saisonnières de concentration en micro-particules et en plusieurs espèces chimiques de 8600 à 14 500 ans.

Une chronologie entièrement stratigraphique de GRIP [Hammer *et al.*, 1997 ; *The Greenland Summit Ice Cores CD-ROM*, 1997] a été obtenue à partir de l'évaluation de l'épaisseur des couches annuelles sur certains intervalles de temps. Elle remonte à environ 60 kans.

Le comptage des couches annuelles a été réalisé plus systématiquement sur la carotte de GISP2 jusqu'à environ 40 kans [Alley *et al.*, 1993 ; Meese *et al.*, 1994 ; *The Greenland Summit Ice Cores CD-ROM*, 1997] grâce à une multitude de mesures présentant des variations annuelles. L'incertitude annoncée pour cette datation est de 2% sur l'intervalle 0–11.64 kans BP, 5% pour 11.64–17.38 kans BP, et 10% pour 17.38–40.5 kans BP. Cette échelle de temps a ensuite été prolongée jusqu'à environ 110 000 ans (2 800 m) [Alley *et al.*, 1997 ; Meese *et al.*, 1997 ; Ram and Koenig, 1997].

Une datation stratigraphique a également été réalisée pour la carotte du forage Byrd (Antarctique de l'Ouest) par Hammer *et al.* [1994]. Le comptage des couches annuelles n'a pas été

systématique pour cette carotte : il a été réalisé seulement sur des échantillons déterminés. 3 intervalles ont été distingués pour l'évolution de l'épaisseur des couches annuelles, et des régressions linéaires ont été obtenues pour chacun d'eux.

Pour les derniers 14 500 ans, les datations stratigraphique de GISP2 [Alley *et al.*, 1993] et semi-stratigraphique GRIP [Johnsen *et al.*, 1992] divergent de 80 ans lors de l'événement à 8 200 ans de l'Holocène précoce, et de 200 ans au début du Bølling/Allerød. Une analyse plus détaillée de cet écart [Southon, 2002] montre qu'il apparaît dans deux intervalles précis : un premier écart d'environ 80 ans apparaît entre 3300 et 3600 ans BP, puis un second d'environ 100 ans au début du Younger-Drias. En dehors de ces deux intervalles, la divergence des deux chronologies est très faible, seulement quelques années sur 14 500 ans, bien inférieure aux 2% d'erreur estimés pour la chronologie de GISP2.

## II.2.2. Datations par calage orbital

L'évolution des paramètres orbitaux de la Terre lors du dernier million d'années étant connu avec une grande précision [Berger, 1978 ; Laskar, 1990] et ces variations ayant une signature dans la plupart des enregistrements climatiques, il est naturel d'utiliser les variations d'insolation pour dater les carottes polaires. L'incertitude de cette datation tient à l'hypothèse d'un déphasage constant entre variations orbitales et variations climatiques, et à la détermination de ce déphasage. L'intérêt d'une telle datation est d'avoir une incertitude à peu près constante de quelques milliers d'années tout au long du forage, notamment pour les parties profondes. Cette méthode n'est appliquée que pour les enregistrements couvrant une longue période de temps, et dans le cadre des forages polaires, elle a été essentiellement appliquée à Vostok. Au cours de ce travail, nous l'appliquerons également à Dôme Fuji.

Les mesures présentant de fortes variations dans les fréquences orbitales et ayant été utilisées pour dater Vostok sont le deutérium [Waelbroeck *et al.*, 1995 ; Parrenin *et al.*, 2001], et l'oxygène 18 des bulles [Petit *et al.*, 1999 ; Shackleton, 2000 ; Parrenin *et al.*, 2001]. Plus récemment, Bender [soumis] montre que le rapport  $O_2/N_2$  de Vostok pour la période plus vieille que 250 ans BP est bien corrélé avec l'insolation locale en été. Remarquons que ces différents auteurs aboutissent à des chronologies parfois assez différentes, dépendant de la méthode utilisée pour réaliser le calage orbital. Il n'existe pas à l'heure actuelle de paramètres enregistrant directement les variations d'insolation d'un site et pouvant être parfaitement corrélés aux courbes calculées d'insolation.

## II.2.3. Reconnaissance d'horizons repères

Il existe plusieurs horizons repères présents dans certaines carottes polaires et datés avec une méthode indépendante. Pour les 50 dernières années, 3 événements radioactifs peuvent être identifiés [Pourchet, 1995]. Pour les derniers siècles, plusieurs éruptions volcaniques ont été datées avec précision, grâce notamment à des archives historiques : l'éruption du Tambora (1815), celle du Huayna (1600) ou celle du volcan El Chicon (1259). Nous récapitulons dans le tableau Tableau 1 les éruptions volcaniques datées identifiées dans les forages de Vostok et EPICA Dôme C [Jean-Robert Petit, communication personnelle].

	<i>Profondeur Vostok 5G (m)</i>	<i>Profondeur EPICA DC (m)</i>
Tambora (1815 AJ)	9.63	12.50
Huayna (1600 AJ)	18.25	23.30
1450 AJ	23.32	29.90
El Chichon (1259 AJ)	29.86	38

**Tableau 1** Eruptions volcaniques datées qui ont été identifiées dans les carottes de Vostok (5G) et EPICA Dôme C.

Le pic de béryllium 10 présent dans les forages polaires est probablement dû à l'anomalie du champ magnétique de Laschamps [Wagner *et al.*, 2000]. Cette anomalie a été datée grâce à une méthode U-Th à  $41 \pm 2$  kans [Schramm *et al.*, 2000].

Pour les périodes plus anciennes, l'identification des éruptions devient difficile car celles-ci ne sont pas bien documentées. Ce travail a notamment fait l'objet de la thèse d'Isabelle Basile [1997] pour le forage de Vostok. Une couche de cendre à 1296 m a ainsi montré une signature proche de celle d'une éruption du Mont Berlin à  $141 \pm 7$  kans. Quelques doutes subsistent néanmoins quant à l'identification de cette éruption, qui nécessiteraient des analyses supplémentaires. D'autre part, l'incertitude de la datation est grande et ne donne que peu de contraintes sur la chronologie de Vostok.

Un événement intéressant et très bien documenté est l'éruption du Toba il y a environ 74 000 ans, l'éruption la plus importante du Quaternaire ! Cet épisode volcanique a produit  $800 \text{ km}^3$  de débris qui furent déposés pendant plusieurs semaines, couvrant au moins 1% de la surface de la

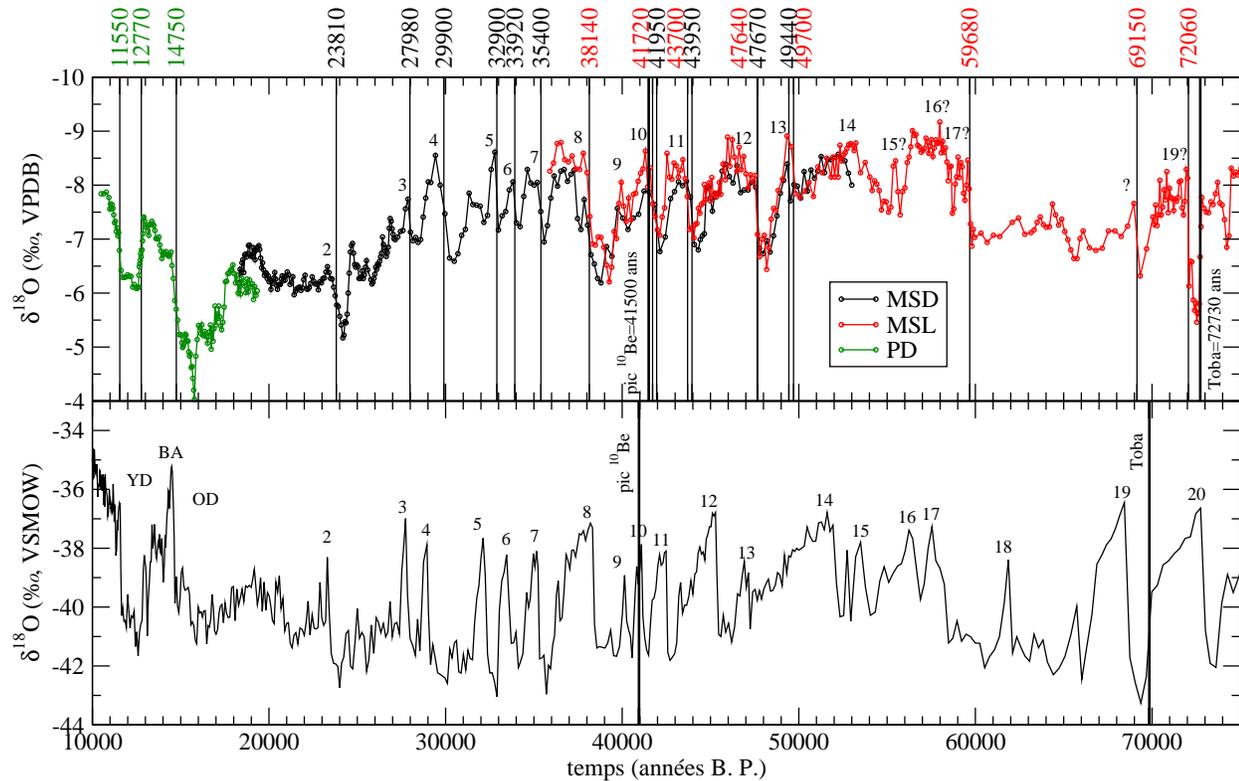
Terre d'une fine couche de cendre [Rose and Chesner, 1987 ; Rose and Chesner 1990]. A cause du Jet Stream, les cendres furent principalement transportées à l'ouest-nord-ouest, et ce jusqu'à 4 000 kilomètres de la source au moins [Schulz et al., 1998]. Cette éruption fut datée par différentes méthodes grâce à du matériel terrestre à  $74\,000 \pm 2\,000$  ans [Ninkovich et al., 1978a ; Ninkovich et al., 1978b ; Chesner et al., 1991]. Il n'y a pas d'espoir de trouver une couche de cendre provenant de cette éruption dans les glaces de l'Antarctique ou du Groenland, mais la signature en aérosols doit être visible. Ainsi, Zielinski et al. [1996] ont identifié un pic de  $\text{SO}_4^{2-}$  à 2591.12 m dans le forage GISP2 (le pic le plus important trouvé dans la carotte) qui pourrait provenir de cet événement. Cette hypothèse est confirmée par la comparaison à la carotte 88/93 KL présente dans la mer d'Arabie et dans laquelle une couche de cendre correspondant au Toba a été identifiée [Schulz et al., 1998]. En effet, dans les deux cas, cet événement est situé pendant le refroidissement correspondant à la fin du stade isotopique groenlandais 20. A Vostok, l'identification n'est pas aisée non plus, même si un pic important à 1035 m dans la carotte 5G (le pic le plus important de l'intervalle 900 m et 1200 m) pourrait être un bon candidat [Basile, 1993].

#### **II.2.4. Corrélation à un autre enregistrement daté**

Nous ne parlerons pas ici de corrélation à un enregistrement daté par méthode orbitale, comme les enregistrements océaniques. En effet, le calage orbital pouvant être réalisé directement sur les forages polaires, nous ne voyons pas l'intérêt de passer par un enregistrement intermédiaire, ce qui augmente les incertitudes.

## II.2.4.1. Utilisation des datations des enregistrements issus des spéléothèmes

### des grottes de Villars et d'Hulu



**Illustration II.2** Identification des événements de Dansgaard–Oeschger dans l’enregistrement de Hulu Cave. **En haut**, signal isotopique mesuré dans les 3 carottes PD, MSD et MSL de la grotte Hulu Cave. Les lignes verticales représentent les mi-transitions que nous avons déterminées. Les chiffres représentent les stades isotopiques du Groenland (GIS) ; un point d’interrogation les accompagnant signifie que la détermination de ce stade est incertaine. **En bas**, courbe isotopique de GISP2. L’échelle d’âge utilisée est celle de Meese et Sowers. Les chiffres représentent les stades isotopiques du Groenland.

Les enregistrements obtenus récemment dans les spéléothèmes [Wang *et al.*, 2001 ; Genty *et al.*, soumis] sont datés avec une bonne précision (quelques centaines d’années au maximum) grâce à la méthode Uranium–Thorium. Si l’on suppose le signal d’Hulu Cave et celui de Villars synchrones avec les températures nord, ces dates peuvent être reportées sur les carottes polaires, soit grâce au méthane, soit grâce à l’isotope de la glace pour les forages groenlandais. Elles nous permettent alors une datation précise (à quelques centaines d’années près) des transitions climatiques majeures de la dernière période glaciaire (voir Illustration II.2). D’après les auteurs, les dates U–Th ont une

incertitude (1sigma) de 150 ans à 10 000 ans et croissant jusqu'à 400 ans à 60 000 ans. Il reste cependant des incertitudes quant à la corrélation entre deux enregistrements de ces événements climatiques, notamment les Dansgaard–Oeschger les plus vieux. Ainsi, il n'est pas aisé d'identifier les stades isotopiques Groenlandais (GIS, Greenland Isotope Stages) dans l'enregistrement de Hulu Cave. *Wang et al.* [2001] ont proposé deux scénarios pour la localisation des GIS 9, 10, 11, 12 et 13. Cependant, le deuxième scénario, décrit comme étant le moins probable par les auteurs, nous paraît beaucoup plus probable, même s'il implique une révision de plus de 2000 ans de la chronologie de GISP2 pour cette période. Notre interprétation du signal ancien de Hulu Cave est également différent de celle des auteurs. Il nous paraît plus probable que la transition située vers 72 000 ans dans Hulu Cave marque le début du GIS–19, et non du GIS–20. Ceci implique également un vieillissement de l'échelle d'âge de GISP2 de plus de 3000 ans. Ce scénario est également confirmé par l'identification probable de l'éruption du Toba (~74 000 ans) dans la carotte de GISP2 à la fin du GIS 20 (voir section II.2.3). En effet, cette éruption est datée indépendamment à  $74 \pm 2$  kans sur les dépôts éruptifs, à moins de 70 kans à GISP2, tandis que l'âge de ce que nous avons identifié comme étant la fin du GIS–20 à Hulu Cave est daté à 72730 kans.

Pour les forages de l'Antarctique, une corrélation possible à la chronologie des spéléothèmes peut se faire grâce au pic de béryllium 10. En effet, ce pic a été mesuré à GRIP au milieu du GIS–10 (cf. section II.1.1.2). En faisant l'hypothèse qu'Hulu Cave et le Groeland sont en phase, alors l'âge du milieu de ce double pic peut ainsi être évalué directement grâce à l'enregistrement d'Hulu Cave à 41 500 ans si l'on suit notre scénario pour le stade 10. De la même manière, il est possible de déterminer l'âge de l'éruption du Toba grâce à l'échelle d'âge d'Hulu Cave.

## II.2.4.2. Utilisation de la chronologie de l'enregistrement de Devils Hole

<i>Prof. Vostok (m)</i>	<i>Prof. Dôme F (m)</i>	<i>Âge U–Th (kans)</i>	<i>Incertitude âge U–Th (kans)</i>	<i>Incertitude totale (+4 ka, en kans)</i>
971	1116	63.6	1.83	4.4
1175		79.7	2.46	4.7
	1294	80	2.48	4.71
1189		81	2.5	4.72
1420		101.6	2.29	4.61
1438		104.2	2.26	4.59
1624	1649	116.2	2.14	4.54
1912	1798	142.9	3	5
2486	2117	195.2	2.96	4.98
2731	2258	231.2	3.06	5.04
2776	2290	244.2	3.38	5.24
3070	2474	318.1	5.75	7
3134		334.5	6.35	7.5
3262		395.5	10	10.77
3320		412.5	10.88	11.59
3329		459.3	19.48	19.89

**Tableau 2** Profondeurs glaces datées à Vostok et à Dôme Fuji par comparaison à l'enregistrement de Devils Hole. Les incertitudes sur les datations U–Th ont été obtenues en interpolant linéairement les incertitudes des âges U–Th de Devils Hole. Les incertitudes brutes ont été obtenues en ajoutant une incertitude de 4 kans pour la corrélation entre les enregistrements. La corrélation à Vostok pour les deux derniers points est incertaine. Adapté de *Landwehr* [2002].

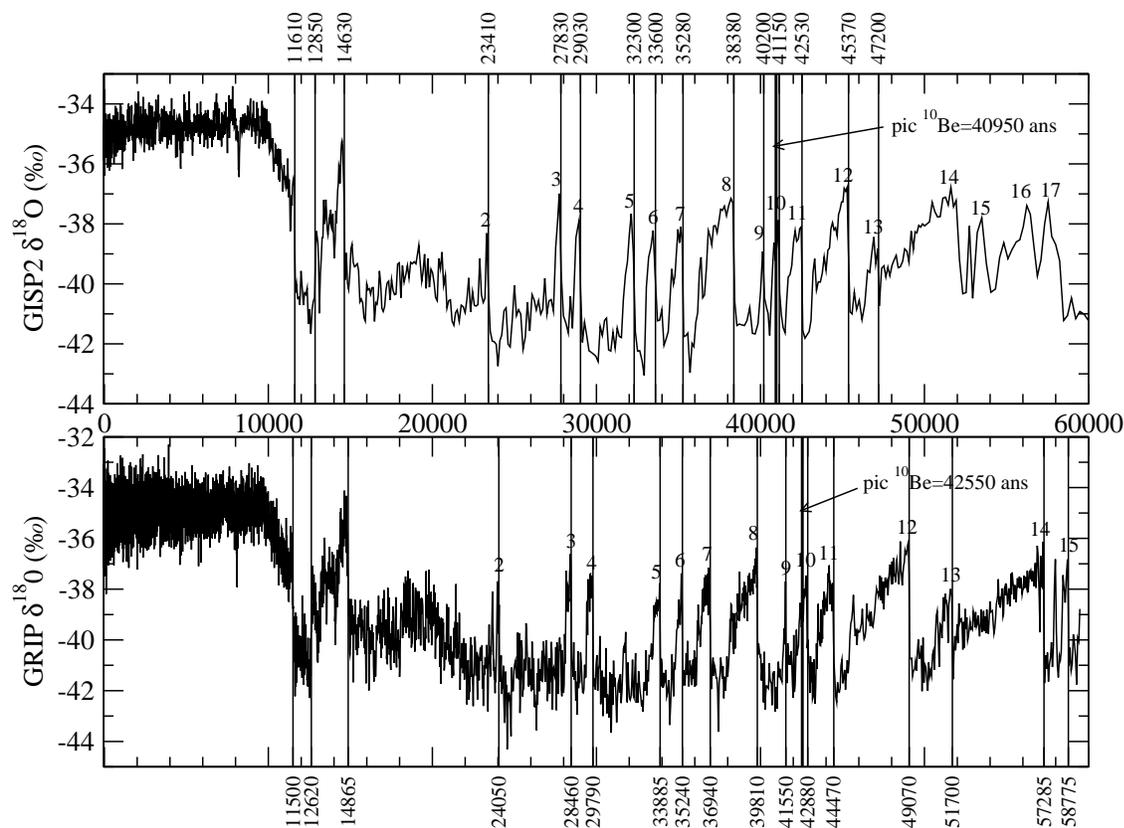
Concernant une autre échelle de temps, l'enregistrement isotopique de Devils Hole a lui aussi été daté par la méthode Uranium–Thorium. Si l'on suppose cet enregistrement synchrone avec la température antarctique, il peut alors servir à dater les transitions majeures des 5 derniers cycles climatiques. C'est la démarche utilisée par *Landwehr et al.* [2001] pour dater le forage de Vostok, la méthode ayant également été appliquée à Dôme Fuji [*Landwehr*, 2002]. Les dates obtenues pour les différentes profondeurs à Vostok et Dôme Fuji sont récapitulées dans le Tableau 2. Étant donnée la croissance à peu près linéaire du spéléothème de Devils Hole [*Landwehr*, 2002], nous avons

déterminé les incertitudes sur les âges de Devils Hole en interpolant linéairement les incertitudes des âges U–Th. Pour obtenir l’incertitude totale sur les âges à Vostok et Dôme Fuji, nous avons de plus ajouté une incertitude de 4 kans ( $1\sigma$ ) liée à la corrélation des enregistrements.

Cependant, comme nous l’avons déjà signalé, l’étude d’*Herbert et al.* [2001] suggère très fortement que le signal de Devils Hole réagit en avance lors des déglaciations à cause de la présence de la calotte Laurentide. C’est pourquoi l’utilisation de cette méthode pour dater les forages polaires nous paraît douteuse. Nous confirmerons d’ailleurs les résultats d’Herbert grâce à la chronologie de Dôme Fuji.

### ***II.2.4.3. Corrélation à un autre forage polaire daté par comptage des couches***

Les datations par comptage des couches annuelles peuvent également être reportées sur d’autres forages, soit par l’intermédiaire du signal isotopique de la glace pour un forage situé sur le même pôle, soit au travers du signal de méthane, cette dernière démarche nécessitant l’emploi d’un modèle pour le calcul de la différence d’âge entre le gaz et la glace. De manière plus directe, la datation stratigraphique du pic de  $^{10}\text{Be}$  peut être utilisée lorsque ce pic a été identifié.



**Illustration II.3** Identification des événements de Dansgaard–Oeschger dans l’enregistrement isotopique de GRIP et GISP2. Les lignes verticales représentent les mi-transitions que nous avons déterminées. Les chiffres représentent les stades isotopiques du Groenland (GIS). Les âges sont ceux des datations stratigraphiques de GRIP et de GISP2.

Comme pour les enregistrements issus des spéléothèmes, nous avons déterminé l’âge des transitions importantes du dernier cycle climatique selon les chronologies stratigraphiques de GRIP, et de GISP2 (voir Illustration II.3).

#### II.2.4.4. Calage sur la dendrochronologie

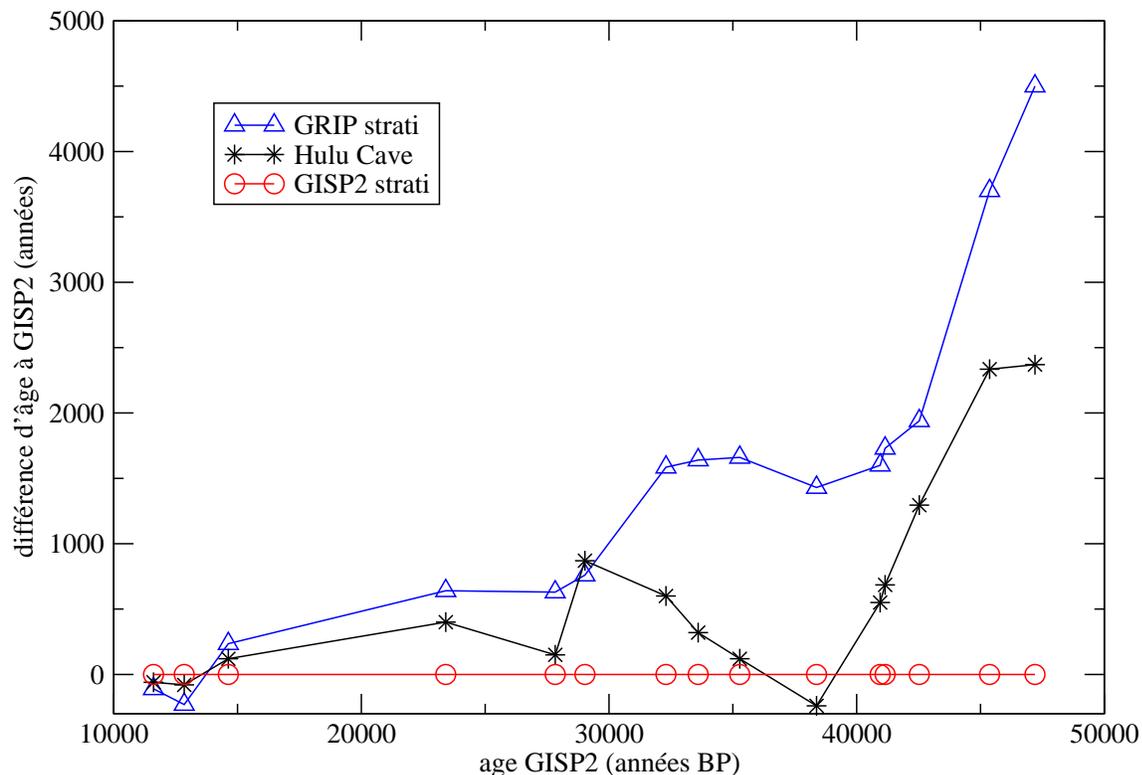
Comme nous l’avons dit précédemment, le calage sur le signal de carbone 14 issu de la dendrochronologie permet une datation précise de l’Holocène. En effet, les enregistrements dendrochronologiques sont datés avec une excellente précision jusqu’à environ 11 500 ans. Cette

démarche permet d'obtenir une datation précise (précision de l'ordre de 100 ans) pour l'Holocène à Vostok.

#### **II.2.4.5. Utilisation d'enregistrements océaniques datés**

La corrélation à un enregistrement océanique daté grâce à la présence de couches de cendres datées permet également une bonne précision. Ainsi, l'enregistrement de SST de Siani et al. [2001] est daté grâce au carbone 14 présent dans des couches de cendres. Malheureusement, la précision des âges carbone 14 n'est bonne que jusqu'à environ 11 500 ans, limite des enregistrements continus de dendrochronologie. Au-delà de cette date, la conversion âge carbone 14 – âge calendaire se dégrade. De la même manière, les enregistrements de la mer d'Arabie de *Schulz et al.* [1998], présentant tous les événements rapides de température de l'hémisphère nord des 100 000 dernières années, ne sont datés qu'à quelques milliers d'années près grâce au carbone 14. Inversement, nous suggérons l'utilisation des dates de ces événements rapides provenant d'autres enregistrements (GRIP, GISP2, spéléothèmes de *Wang et al.* [2001] et de *Genty et al.* [soumis]) pour reconstruire le taux de  $^{14}\text{C}$  initial de l'atmosphère, étant donné que les âges réservoirs dans cette région sont à peu près constants.

## II.2.4.6. Synthèse : datation d'événements particuliers



**Illustration II.4** Différences entre les chronologies stratigraphiques de GRIP et GISP2 et la chronologie d'Hulu Cave.

Nous avons fait dans le Tableau 3 un récapitulatif des âges d'événements particuliers déterminés grâce aux échelles de temps stratigraphiques de GRIP et GISP2, ou à l'échelle de temps d'Hulu Cave. Les différences entre ces trois chronologies (cf. Illustration II.4) sont inférieures à 250 ans pour les transitions Holocène–Younger Drias, Younger Drias–Bølling/Allerød ou Bølling/Allerød–Oldest Drias (i.e. jusqu'à ~15 000 ans), inférieures à 1000 ans jusqu'à 30 000 ans, et inférieures à 2000 ans jusqu'à 40 000 ans. Les différences augmentent ensuite rapidement entre 40 000 et 50 000 ans.

<i>transitions</i>	<i>Âge GISP2–strati (années)</i>	<i>Âge GRIP–strati (années)</i>	<i>Âge Hulu Cave (années)</i>
Holocène–YD	11610	11500	11550
YD–BA	12850	12620	12770
BA–OD	14630	14865	14750
DO2d	23410	24050	23810
DO3d	27830	28460	27980
DO4d	29030	29790	29900
DO5d	32300	33885	32900
DO6d	33600	35240	33920
DO7d	35280	36940	35400
DO8d	38380	39810	38140
DO9d	40200	41550	
Pic <sup>10</sup> Be (milieu)	40950	42550	41500
DO10d	41150	42880	41720 41950
DO11d	42530	44470	43700 43950
DO12d	45370	49070	47640 47770
DO13d	47200	51700	49440 49700
DO14d		57285	
DO15d		58775	
DO17d			59680(?)
DO19d			72060(?)
Toba			72730

**Tableau 3** Estimations des âges pour des événements particuliers, pour les enregistrements de GISP2 [Alley et al., 1993 ; *The Greenland Summit Ice Cores CD–ROM*, 1997], GRIP [Hammer et al., 1997 ; *The Greenland Summit Ice Cores CD–ROM*, 1997], et Hulu Cave [Wang et al., 2001]. Les événements marqués DO sont les événements de Dansgaard–Oeschger. La lettre "d" signifie que la transition climatique en question marque le début du Dansgaard–Oeschger. Pour la détermination de toutes les transitions, nous avons considéré les mi–pentes. Pour l'évaluation de l'âge de l'éruption du Toba et du pic de béryllium 10 sur l'échelle d'âge d'Hulu Cave, nous avons utilisé la corrélation à l'isotope de GISP2 et de GRIP.



# Chapitre III : Les problèmes inverses

Le formalisme et les méthodes des problèmes inverses ont largement été développés par les géophysiciens de la Terre interne. Pour eux, il est impossible de faire des mesures directes de l'intérieur de la Terre. Les informations qu'ils obtiennent sont donc toujours indirectes, par l'intermédiaire de phénomènes physiques. Par exemple, pour mesurer la densité à l'intérieur de la Terre (ou tout du moins dans la croûte terrestre), ils n'ont accès qu'au champ de gravité que l'on peut mesurer en surface ou dans l'espace. Le but est alors de retrouver la densité de l'intérieur de la Terre qui induit le champ de gravité en surface.

Dans notre contexte paléoclimatique, outre l'application à la datation qui est un peu particulière, citons l'exemple de la reconstruction des variations passées de température de surface à partir des mesures de température dans le trou de forage. Le sens physique consiste à calculer, à l'aide d'un modèle de diffusion/convection de la chaleur dans la glace et à partir d'un scénario de température de surface, la température qui en résulte dans le trou de forage. La déduction que nous voulons faire est donc l'inverse du modèle physique : quel est le scénario de température de surface qui induit la température que nous mesurons actuellement ?

L'idée générale des méthodes inverses est donc simple : un modèle physique peut être vu comme une « boîte » qui, à partir de paramètres d'entrée, renvoie des données de sortie. Nous possédons des informations (une mesure) sur les données de sortie, et nous voulons en déduire une évaluation des paramètres d'entrée, d'où la dénomination de « problèmes inverses ». Les problèmes inverses sont en fait très répandus, dès lors qu'il y a de la modélisation physique. En effet, aucune mesure n'est vraiment directe. Elle se fait toujours par l'intermédiaire d'un dispositif physique, qui nous donne une information indirecte sur le paramètre que l'on veut observer.

Nous utiliserons ici le point de vue probabiliste des problèmes inverses. Nous nous sommes largement inspirés du cours et des ouvrages d'Albert Tarantola [*Tarantola, 1987 ; Mosegaard and Tarantola, 2002*], que nous remercions pour les discussions que nous avons eues avec lui. Toutefois, comme nous le disions quelques lignes plus haut, la théorie des problèmes inverses a largement été développée par des géophysiciens de la Terre interne, qui s'intéressent uniquement à la reconstruction des paramètres d'entrée des modèles qu'ils utilisent. En revanche, dans le cas de la datation, nous nous intéressons en grande partie aux données de sortie du modèle (c'est à dire aux datations). Nous avons donc développer certains nouveaux aspects liés à la reconstruction a posteriori des données de sortie, qui n'étaient pas ou peu présents dans la théorie.

## III.1. **Eléments de probabilité**

La théorie des probabilités est essentielle pour la formulation théorique des problèmes inverses. Dans cette section, nous faisons donc un rappel des éléments importants de cette théorie que nous utiliserons par la suite. Une différence notable avec la théorie mathématique des probabilités est l'introduction des notions de probabilité homogène et conjonction de probabilités. C'est en quelque sorte une adaptation de la théorie mathématique aux problèmes de la physique.

### III.1.1. **Distance, volume, et densité de probabilité homogène**

Considérons un espace abstrait  $X$  de vecteurs  $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots)$  (nous parlerons aussi de *points*) composés de variables physiques  $x_1, x_2, \dots$ , qui peuvent être de natures différentes (elles n'ont pas forcément la même unité).

Une notion fondamentale pour définir des probabilités sur ces variables physiques sera la notion de *distance*. Supposons qu'il existe une métrique  $\mathbf{g}=(g_{ij})$  telle que la distance  $ds$  entre un point  $\mathbf{x}$  de coordonnées  $(x_i)$  et un point voisin de coordonnées  $(x_i + dx_i)$  soit donnée par

$$ds^2 = \sum_{ij} g_{ij}(\mathbf{x}) dx_i dx_j .$$

Nous définirons donc l'élément de volume  $dV(\mathbf{x})$  d'un cube de côté  $dx_1, dx_2, \dots$  centré autour de  $\mathbf{x}$  par

$$dV(\mathbf{x}) = v(\mathbf{x}) d\mathbf{x} ,$$

où  $d\mathbf{x} = dx_1 dx_2 \dots$ , et où  $v(\mathbf{x})$  est donné par

$$v(\mathbf{x}) = \sqrt{\det \mathbf{g}(\mathbf{x})} .$$

Nous définirons alors la *densité de probabilité homogène* ou *densité de probabilité non informative*  $\mu_x(\mathbf{x})$ , comme étant proportionnelle à  $v(\mathbf{x})$  :  $\mu_x(\mathbf{x}) = k v(\mathbf{x})$ . C'est la distribution de probabilité qui, à une région  $A$  de l'espace, assigne une probabilité proportionnelle au volume  $V(A)$  de cette région :

$$V(A) = \int_A v(\mathbf{x}) d\mathbf{x} .$$

Cette densité homogène correspond donc à l'état de connaissance zéro d'une variable physique. Imaginons que nous n'ayons aucune connaissance sur une variable. Cette densité répond à la question « Choisissez au hasard une valeur pour cette variable ». Cette notion, basée sur la définition d'une distance, est plus compliquée qu'elle n'en a l'air. En effet, cette densité homogène doit être stable par changement de variable. Par exemple, cela doit revenir au même de choisir une période  $T$  ou une fréquence  $\nu=1/T$ , qui représente en fait la même grandeur physique. On doit donc définir une distance pour notre grandeur physique, qui soit indépendante de la variable choisie pour la représenter.

Pour la suite, nous ferons le postulat que toute information sur une variable physique peut se décrire mathématiquement par une *densité de probabilité*  $f(\mathbf{x})$ , telle que la probabilité  $P(A)$  d'une région  $A \subset X$  soit donnée par :

$$P(A) = \int_A f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} .$$

En termes mathématiques, nous supposons donc que toute probabilité est *absolument continue* par rapport à la probabilité homogène.

### III.1.2. Variables cartésiennes

La distance la plus classique est sans aucun doute la distance cartésienne :

$$D(\mathbf{x}, \mathbf{y})^2 = \sum_i (x_i - y_i)^2 .$$

Cette distance convient bien par exemple pour les variables de position d'un point dans l'espace  $(x, y, z)$ . Nous parlerons alors de *variables cartésiennes*. En outre, cette distance possède une propriété d'invariance d'origine, i.e. quelque soit le repère considéré, la distance est toujours la même.

La densité de probabilité homogène d'une variable cartésienne  $u$  est alors constante :

$$\mu_u(u) = k .$$

Nous avons de plus les propriétés suivantes :

- la somme de deux variables cartésiennes est une variable cartésienne,
- une variable cartésienne plus une constante quelconque est une variable cartésienne, i.e. si  $u$  est une variable cartésienne,  $k+u$  est une variable cartésienne,

- une variable cartésienne multipliée par une constante quelconque est une variable cartésienne, i.e. si  $u$  est une variable cartésienne,  $ku$  est une variable cartésienne.

### III.1.3. Variables de Jeffreys

Il existe toute une classe de grandeurs physiques représentées par des couples de variables positives mutuellement inverses, appelées par *Tarantola* [2002] *variables de Jeffreys*. En voici quelques exemples :

Période	$T$	Fréquence	$\nu = 1/T$
Résistivité	$\rho$	Conductivité	$\sigma = 1/\rho$
Température	$T$	Paramètre thermodynamique.	$\beta = 1/(kT)$
Densité de masse	$\rho$	Légèreté	$l = 1/\rho$

Prenons l'exemple du couple période–fréquence. Une distance intrinsèque doit être indépendante de la variable que l'on choisit pour représenter cette grandeur. Il est évident que la distance cartésienne classique ne fonctionne pas :  $|T_2 - T_1| \neq |\nu_2 - \nu_1|$ . Considérons par contre la définition de distance suivante entre deux valeurs  $G_1$  et  $G_2$  d'une grandeur physique

$$D(G_1, G_2) = \left| \log \frac{T_2}{T_1} \right| = \left| \log \frac{\nu_2}{\nu_1} \right|.$$

D'après *Tarantola* [2002] c'est la seule définition qui (i) traite de manière équivalente les variables  $T$  et  $\nu$ , (ii) a une invariance d'échelle (Si l'on considère la température exprimée non pas en degrés Kelvin, mais en millième de degrés Kelvin, le résultat sera le même), et (iii) est additive, i.e.  $D(G_1, G_2) + D(G_2, G_3) = D(G_1, G_3)$  si  $G_1$ ,  $G_2$  et  $G_3$  sont ordonnés (de manière croissante ou décroissante). Cette distance semble donc être canonique pour une variable de Jeffreys.

La densité de probabilité homogène pour une variable de Jeffreys  $u$  est alors donnée par  $f(u) = k/u$ .

En outre, nous avons les propriétés suivante :

- le produit de deux variables de Jeffreys est une variable de Jeffreys,
- si  $u$  est une variable de Jeffreys,  $ku$  est une variable de Jeffreys,
- si  $u$  est une variable de Jeffreys et  $\alpha$  un réel,  $u^\alpha$  est une variable de Jeffreys.

Les variables de Jeffreys et les variables cartésiennes sont liées par les propriétés suivantes :

- si  $u$  est une variable de Jeffreys,  $\log u$  est une variable cartésienne,
- si  $u$  est une variable de cartésienne,  $\exp(u)$  est une variable de Jeffreys.

### III.1.4. Conjonction de probabilités

Soient deux densités de probabilité  $p(\mathbf{x})$  et  $q(\mathbf{x})$  sur l'espace  $X$ , muni d'une densité homogène de probabilité  $\mu(\mathbf{x})$ . Alors le *produit* ou la *conjonction* de ces deux densités de probabilité, noté  $p \wedge q$ , est la densité de probabilité  $(p \wedge q)(\mathbf{x})$  définie par :

$$(p \wedge q)(\mathbf{x}) = k \frac{p(\mathbf{x})q(\mathbf{x})}{\mu(\mathbf{x})}.$$

où  $k$  est une constante de normalisation.

Plus généralement, on peut définir la conjonction de plusieurs densités de probabilité  $p_1(\mathbf{x})$ ,  $p_2(\mathbf{x})$ , ...,  $p_n(\mathbf{x})$ , par :

$$(p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n)(\mathbf{x}) = k \mu(\mathbf{x}) \frac{p_1(\mathbf{x})}{\mu(\mathbf{x})} \frac{p_2(\mathbf{x})}{\mu(\mathbf{x})} \dots \frac{p_n(\mathbf{x})}{\mu(\mathbf{x})}.$$

### III.1.5. Les densités de probabilité classiques

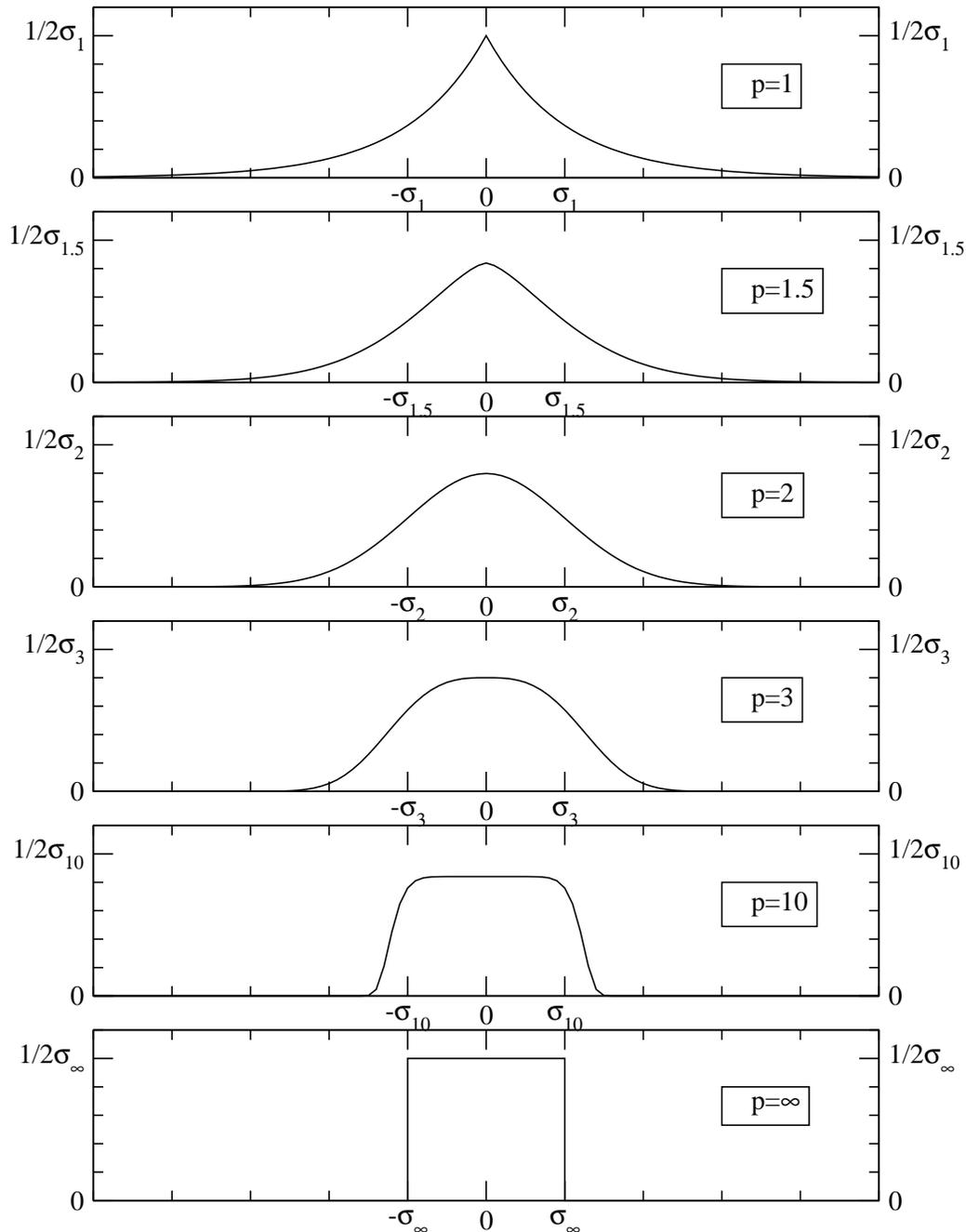
On limite très souvent une information sur une variable à une estimation de la valeur de variable munie d'une barre d'erreur. Nous nous demandons dans ce cas très naturellement quelle densité de probabilité nous devons utiliser. Cela dépend du type de variable que l'on étudie : variable de Jeffreys ou variable cartésienne.

#### III.1.5.1. Cas des variables cartésiennes

Dans le cas d'une variable cartésienne  $x$ , *Tarantola* [1987] montre qu'étant donné un estimateur  $x_0$  et une barre d'erreur  $\sigma$ , il existe une classe de densités de probabilité contenant le « minimum d'information » selon une certaine définition. Ces densités sont appelées *Gaussiennes généralisées*, et elles sont données par :

$$f_p(x) = \frac{p^{1-1/p}}{2\sigma\Gamma(1/p)} \exp\left(-\frac{|x-x_0|^p}{p(\sigma)^p}\right),$$

où  $\Gamma(\cdot)$  représente la fonction Gamma, et  $p$  est un réel supérieur ou égal à 1.



**Illustration III.1** Gaussienne généralisée d'ordre  $p$ . La valeur  $p=1$  donne une double exponentielle,  $p=2$  donne une gaussienne classique, et  $p=\infty$  une fonction créneau.

Par exemple, nous avons (cf. Illustration III.1) :

$$f_1(x) = \frac{1}{2\sigma} \exp\left(-\frac{|x-x_0|}{\sigma}\right),$$

$$f_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{|x-x_0|^2}{2\sigma^2}\right),$$

$$f_\infty(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sigma} & \text{si } x_0 - \sigma \leq x \leq x_0 + \sigma \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}.$$

Le cas  $p=2$  est le plus souvent utilisé pour décrire une incertitude, notamment parce qu'il possède des propriétés mathématiques que les autres n'ont pas. Il correspond sans doute à la distribution d'erreur la plus « régulière », qui ne possède pas de « cassure » importante, ni au centre de la distribution ( $x_0$ ), ni sur les bords ( $x_0 \pm \sigma$ ). Mais en pratique, ce cas  $p=2$  ne correspond pas toujours au type d'information que nous possédons sur notre variable. Il se peut que nous localisions strictement la valeur de notre variable dans un intervalle donné, mais que toutes les valeurs dans cet intervalle soient équiprobables. Dans ce cas, c'est plutôt le paramètre  $p=\infty$  qui conviendra.

### III.1.5.2. Généralisation à $n$ dimensions

Considérons maintenant un espace  $X$  de vecteurs  $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_n)$  à  $n$  coordonnées. Les densités de probabilité gaussiennes sur l'espace  $X$  sont du type :

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \det C}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\mathbf{x}_0)' C^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{x}_0)\right),$$

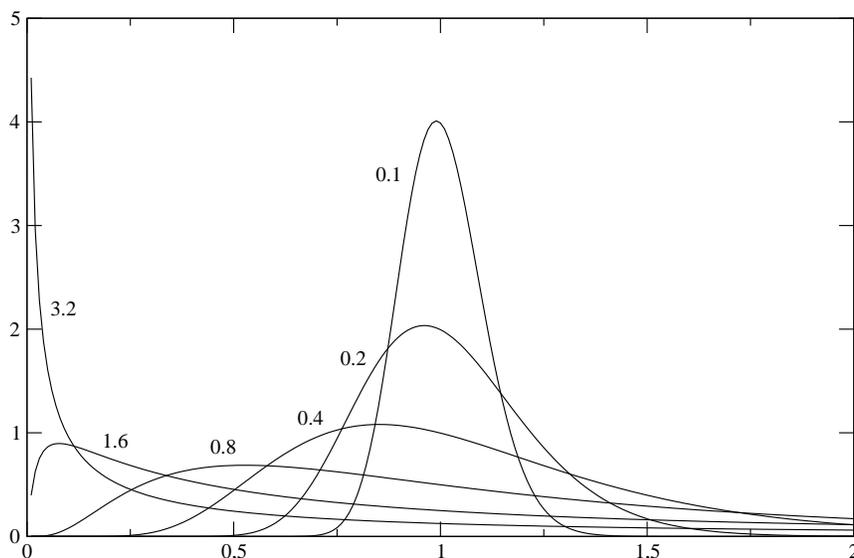
où  $\mathbf{x}_0$  est le centre de la gaussienne, et  $C$  est la matrice de covariance des variables  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

Nous avons donc généralisé la notion classique de gaussienne ( $p=2$ ) à un espace à plusieurs dimensions, mais nous ne parlerons pas ici de gaussiennes généralisées ( $p$  quelconque) en dimensions multiples.

### III.1.5.3. Cas des variables de Jeffreys

Dans le cas d'une variable de Jeffreys  $x$ , il est clair que les densités gaussiennes ne sont pas

appropriées. En effet, ces densités gaussiennes sont définies pour des valeurs positives ou négatives, alors que les variables de Jeffreys sont par essence toujours positives.



**Illustration III.2** Densités de probabilité log–normales, d’ordre 2 et de facteur d’incertitude  $s$  égal à 0.1, 0.2, 0.4, 0.8, 1.6 et 3.2.

Pour une variable de Jeffreys, une estimation classique consistera en une valeur munie d’un *rapport d’incertitude*. En effet, cela n’a pas de sens de définir une barre d’erreur dans le cas d’une variable de Jeffreys. Prenons un exemple. Il serait absurde d’évaluer une température à  $5\text{ °K} \pm 10\text{ °K}$ , alors qu’une température ne peut être négative. Une information plus rigoureuse serait par exemple d’évaluer la température à  $5\text{ °K}$  à un facteur 3 près.

Le pendant des densités de probabilité gaussiennes pour les variables gaussiennes sont les *densités log–normales* pour les variables de Jeffreys, et elles sont données par (densité log–normale de paramètre  $p$ ) :

$$f_p(x) = \frac{p^{1-1/p}}{2s\Gamma(1/p)} \frac{1}{x} \exp\left(-\frac{1}{ps^p} \left|\log \frac{x}{x_0}\right|^p\right),$$

où  $x_0$  est l’estimation,  $\exp(s)$  est le rapport d’incertitude et  $\Gamma(\cdot)$  représente la fonction Gamma.

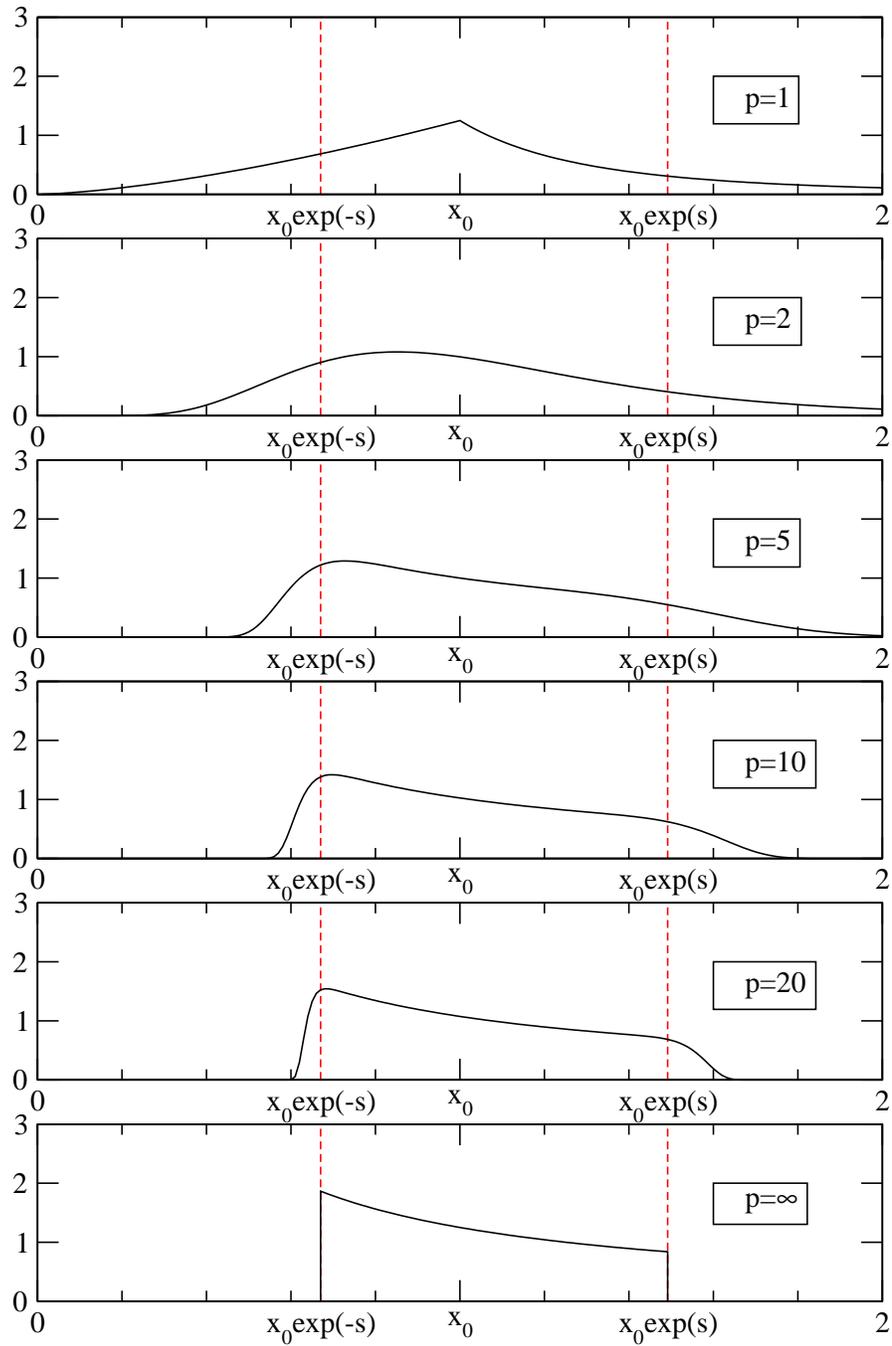
En particulier, nous avons :

$$f_1(x) = \frac{1}{2s} \frac{1}{x} \exp\left(-\frac{1}{s} \left| \log \frac{x}{x_0} \right| \right),$$

$$f_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{sx} \exp\left(-\frac{1}{2s^2} \left| \log \frac{x}{x_0} \right|^2 \right).$$

Et pour  $p \rightarrow \infty$  :

$$f_\infty(x) = \begin{cases} \frac{1}{2sx} & \text{si } x_0 e^{-s} \leq x \leq x_0 e^s \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}.$$



**Illustration III.3** Fonctions log–normales généralisées d’ordre  $p$ , pour  $p$  égal à 1, 2, 5, 10, 20 et  $\infty$ . La valeur du rapport d’incertitude est  $\exp(s)=1.5$ .

L'illustration III.2 montre quelques exemples de fonction log–normales pour  $p=2$ ,  $x_0=1$  et  $s$  respectivement égal à 0.1, 0.2, 0.4, 0.8, 1.6, et 3.2, tandis que l'illustration III.3 montre des fonctions log–normales généralisées pour  $s=0.4$ , et  $p$  respectivement égal à 1, 2, 5, 10, 20 et  $\infty$ .

## III.2. Méthodes de Monte Carlo

### III.2.1. Concept général

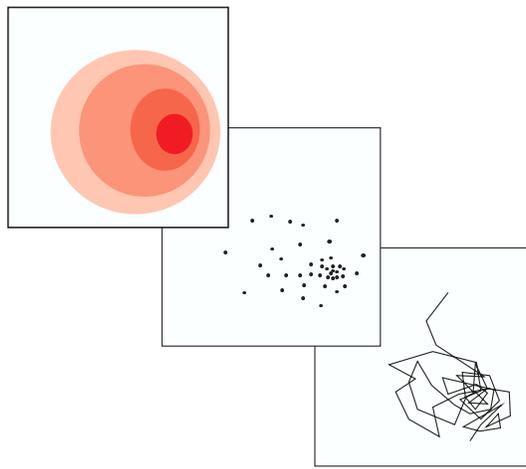
Une densité de probabilité  $p(\mathbf{x})$  ayant été définie, nous devons en préciser l'utilisation. Si elle a été définie sur un espace de dimension faible (inférieur à 3 ou 4), la méthode qui vient directement à l'esprit est d'établir une grille suffisamment fine des vecteurs  $\mathbf{x}$  possibles, et de calculer les quantités qui nous intéressent sur cette grille, comme la moyenne, la médiane, ou plus généralement l'espérance de n'importe quelle fonction  $f(\mathbf{x})$ . Nous avons ainsi une vision globale de notre fonction. Cependant, plusieurs problèmes se posent car il faut définir :

- un domaine d'intérêt (le plus souvent un « cube » à  $n$  dimensions), c'est à dire qu'on va représenter nos différentes fonctions (comme  $f(\mathbf{x})$ ) sur ce domaine, et qu'on suppose que ce qui se passe à l'extérieur est « négligeable ». Ce n'est pas facile de définir a priori quel sera ce domaine d'intérêt alors qu'on ne connaît pas encore la fonction étudiée.
- une grille suffisamment fine, pour que les détails (comme les maximums) des fonctions qui nous intéressent ne nous échappent pas. Pourtant, si la grille est trop fine, le nombre de points (et donc le temps de calcul pour les applications concrètes) explose rapidement.

Une bonne manière d'explorer l'espace des vecteurs  $\mathbf{x}$  est de créer un *échantillonnage de Monte Carlo* de notre densité de probabilité  $p(\mathbf{x})$ , c'est à dire de créer une suite de points  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots$  qui suit la loi de probabilité  $p(\mathbf{x})$  (cf. Illustration III.4). Cette démarche a de nombreux avantages :

- nous n'avons plus besoin de définir un domaine d'intérêt et la taille de la grille,
- plus une région a une densité de probabilité importante, plus la densité de points sur cette région est importante (et donc plus nous avons une vision détaillée de cette région),
- le calcul de n'importe quel estimateur statistique (comme l'espérance d'une fonction  $f(\mathbf{x})$ ) se fait très simplement par un calcul statistique sur la suite  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots$ .

La création d'un échantillon est faite classiquement grâce à une *marche aléatoire* (c'est à dire



**Illustration III.4** Représentation d’une densité de probabilité 2D. **En haut à gauche**, représentation exhaustive de la densité. **Au milieu**, échantillonnage de Monte Carlo de cette densité de probabilité. **En bas à droite**, même chose avec une marche aléatoire, où un nouveau point est déterminé en fonction du précédent.

qu’un nouveau point est généré dans le voisinage du précédent). Cette démarche est basée sur le concept mathématique de *Chaîne de Markov*. Une chaîne de Markov est une suite dont le  $(i+1)^{\text{ème}}$  élément  $\mathbf{x}_{i+1}$  dépend du  $i^{\text{ème}}$  élément  $\mathbf{x}_i$ , mais pas des précédents. Un théorème classique de statistique énonce qu’une chaîne de Markov positive et homogène converge vers une distribution de probabilité limite. La suite ainsi créée sera donc un échantillon de la densité de probabilité limite. Une chaîne de Markov est *homogène* si la loi utilisée pour choisir  $\mathbf{x}_{i+1}$  à partir de  $\mathbf{x}_i$  ne dépend pas de l’itération  $i$ . La chaîne est positive si toute valeur  $\mathbf{x}$  appartenant au domaine de variation peut toujours être atteinte à la boucle suivante, quelle que soit la valeur de départ.

Les algorithmes que nous allons décrire sont basés sur ce concept de chaînes de Markov homogènes et positives. Nous avons trouvé sous le nom d’« algorithme de Metropolis » deux algorithmes différents, que nous choisirons ici d’appeler algorithme de Metropolis absolu (ou algorithme de Metropolis–Hastings) et algorithme de Metropolis relatif. En effet, le premier nous permet de créer un échantillon d’une probabilité quelconque en partant de rien, alors que le deuxième nous permet de créer un échantillon d’une densité de probabilité  $(f \wedge g)(\mathbf{x})$  à partir d’un échantillon d’une densité de probabilité connue  $f(\mathbf{x})$ .

Pour les deux algorithmes, un candidat est proposé à chaque itération pour être le point suivant, et une loi d’acceptation–rejet (identique pour les deux algorithmes) décide si le candidat est accepté ou non. Mais le choix des candidats pour l’algorithme relatif ou absolu est différent.

Nous ne parlerons pas ici de l’échantillonnage de Gibbs [*Geman and Geman, 1984*], car il

semble que celui-ci soit plus efficace que l'algorithme de Metropolis seulement dans les problèmes à faibles dimensions.

### III.2.2. L'algorithme de Metropolis absolu ou algorithme de Metropolis–Hastings

Nous cherchons ici à échantillonner une densité de probabilité donnée  $f(\mathbf{x})$ . Supposons que l'algorithme ait généré un point  $\mathbf{x}_i$  à la  $i^{\text{ème}}$  itération. A l'itération suivante, un candidat  $\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}$  est choisi à partir d'une densité de probabilité  $S(\mathbf{x}-\mathbf{x}_i)$  (en général dans le voisinage de  $\mathbf{x}_i$ ), avec  $S$  une densité de probabilité (fonction saut) qui doit être :

- strictement positive, pour que la chaîne de Markov soit homogène (tous les points peuvent être atteints),
- symétrique (i.e.  $S(\mathbf{x}-\mathbf{y})=S(\mathbf{y}-\mathbf{x})$ ), pour que la transition  $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{y}$  ait la même probabilité que la transition  $\mathbf{y} \rightarrow \mathbf{x}$ .

Nous verrons dans la section III.2.3 comment, en pratique, nous définirons cette fonction saut  $S$ .

La loi d'acceptation–rejet est la suivante :

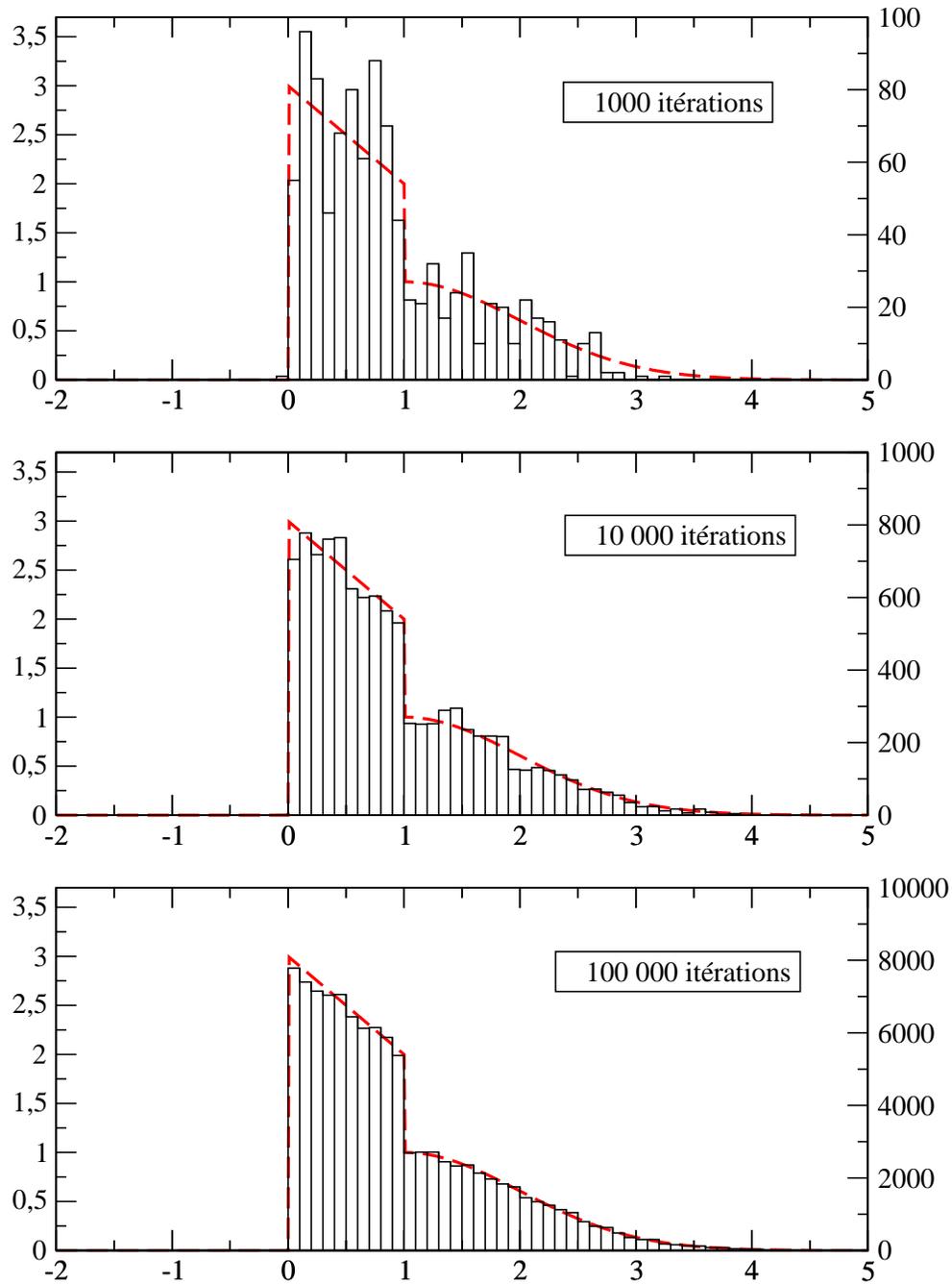
- si  $f(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}) \geq f(\mathbf{x}_i)$ , alors on accepte la transition à  $\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}$  proposée :  $\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}$ ,
- si  $f(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}) < f(\mathbf{x}_i)$ , alors on décide au hasard d'accepter la transition à  $\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}$  ou de rester à  $\mathbf{x}_i$ , avec la probabilité suivante d'accepter la transition à  $\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}$  :

$$P = \frac{f(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}})}{f(\mathbf{x}_i)}.$$

#### Exemple 1 :

Nous avons pris une densité  $f(x)$  sur une variable définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 3-x & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right) & \text{si } x > 1 \end{cases} .$$



**Illustration III.5** Convergence de l’algorithme de Metropolis appliqué à une densité test (ligne grise en pointillé), pour un nombre d’itérations égal à 1 000, 10 000 et 100 000.

avec  $\sigma=1$  et  $x_0=1$ . Nous avons alors appliqué l’algorithme de Metropolis absolu, avec une fonction de saut gaussienne, d’écart type  $\sigma_s=1$ . Nous pouvons nous rendre compte de la

convergence de l'algorithme sur l'illustration III.5, qui montre les histogrammes de la suite construite, pour un nombre d'itérations égal respectivement à 1 000, 10 000, et 100 000.

### III.2.3. Choix de la fonction saut

Comme nous l'avons dit, la fonction saut doit être symétrique et strictement positive. Le but est ensuite de choisir une fonction saut qui produise une suite rapidement convergente vers la solution. Il n'est pas question ici d'énoncer des théorèmes mathématiques pour déterminer ce choix (le choix optimal dépend certainement de la densité limite), mais d'expliquer comment nous pouvons faire ce choix en pratique, les solutions énoncées étant basées sur l'expérience.

Les densités de probabilité positives qui viennent directement à l'esprit sont les densités gaussiennes. Il s'agit alors de déterminer quelle gaussienne sera appropriée pour notre problème.

#### III.2.3.1. Le mode « marche aléatoire »

Lorsque l'on n'a pas d'information précise sur la densité que l'on cherche à échantillonner, la solution la plus simple est de choisir une gaussienne de matrice de covariance  $D$  diagonale (pas de corrélation entre les différentes variables). Il reste alors à choisir les déviations standards  $\sigma_1, \dots, \sigma_n$  pour chaque variable  $x_1, \dots, x_n$  (dont les carrés forment les éléments diagonaux de la matrice)

$$D = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_n^2 \end{pmatrix},$$

sachant que :

- si on choisit une déviation standard trop importante par rapport au « domaine d'intérêt » de la densité limite (le domaine où la densité n'est pas négligeable), nous risquons de choisir des candidats qui sont trop systématiquement rejetés ;
- si on choisit une déviation standard trop faible par rapport à ce domaine d'intérêt, la marche risque de faire des très petits sauts, et elle mettra donc longtemps pour couvrir entièrement le domaine d'intérêt.

Pour éviter que les covariances sur les paramètres aient une valeur trop grande ou trop petite par rapport au domaine d'intérêt, on utilise un facteur d'échelle adaptatif  $s$ , et la matrice de

covariance utilisée est  $s \cdot D$ . L'ajustement de ce facteur d'échelle sera détaillé dans la section III.2.3.3.

### **III.2.3.2. Le mode « marche forcée »**

L'application du mode « marche aléatoire » peut être très lente. En effet, le domaine d'intérêt de la densité que l'on cherche à reconstruire ressemble souvent à une pseudo-variété dans un espace de dimension  $n$ , qui présente une forte corrélation entre les différentes variables. Il faut imaginer par exemple une ligne floue dans un espace de dimension 3. L'espace que nous cherchons à échantillonner est donc essentiellement vide, et d'autant plus vide que la dimension de l'espace est grande.

L'idée du mode « marche forcée » est donc de choisir une fonction saut gaussienne avec une direction préférentielle, c'est à dire de matrice de covariance non diagonale. En fait, cette matrice de covariance  $C$  sera déterminée à partir de la matrice de covariance  $C_{\text{obs}}$  des précédents éléments de la suite. Les candidats seront donc choisis dans la direction moyenne des anciens termes de la suite.

Bien que les résultats théoriques de convergence aient été démontrés pour une chaîne de Markov homogène, l'algorithme est périodiquement mis à jour après un nombre fixé de boucles (typiquement quelques centaines). La variance du saut est donc régulièrement mise à jour selon les résultats précédents, ajustant par conséquent la direction de recherche.

Comme dans le mode « marche aléatoire », l'utilisation d'un facteur d'échelle  $s$  pour ajuster la « longueur de l'exploration » est appropriée. Nous prendrons donc  $C = s \cdot C_{\text{obs}}$ , et  $s$  sera ajusté comme indiqué dans la section suivante.

Pour initialiser le mode « marche forcée », nous démarrerons en pratique par le mode « marche aléatoire », qui nous donnera une vision globale mais peu raffinée du domaine d'intérêt de la densité de probabilité limite. Puis le mode « marche forcée » utilisera la covariance des points sélectionnés par le mode « marche aléatoire », et il permettra une convergence plus rapide de l'algorithme.

### **III.2.3.3. Ajustement du facteur d'échelle**

L'ajustement du facteur d'échelle dépend très certainement de la densité limite que l'on cherche à reconstruire. Néanmoins, des tests peuvent être réalisés sur des densités mathématiques

bien connues. *Gelman et al.* [1995] basent leur réponse en appliquant l'algorithme de Metropolis–Hastings à des densité gaussiennes incluant de 1 à 50 variables. Ils concluent que le critère principal pour déterminer une valeur efficace du facteur d'échelle est le taux d'acceptation de l'algorithme calculé après un nombre donné d'itérations. Ainsi, un taux d'acceptation trop élevé signifie des sauts trop petits autour d'un point et induira une surestimation de la densité de cette région. Au contraire, un taux d'acceptation trop bas équivaut à des sauts trop grands et une convergence très lente de l'algorithme. *Gelman et al.* [1995] montrent ainsi que le facteur d'échelle doit être modifié pour contraindre le taux d'acceptation entre 0.23 (nombre de variables supérieur à 5) et 0.44 (nombre de variables égal à 1).

### **III.2.3.4. Comment générer une suite aléatoire qui suit une loi gaussienne ?**

L'algorithme de Metropolis nous amène donc à choisir aléatoirement des nombres :

- un nombre entre 0 et 1 pour la loi d'acceptation–rejet,
- un vecteur qui suit une loi gaussienne pour la fonction saut.

Les ordinateurs peuvent classiquement nous fournir des nombres pseudo–aléatoires compris entre 0 et 1. Le premier point ne pose donc pas de problème. Le deuxième point nécessite par contre deux étapes : construire des nombres qui suivent une loi gaussienne définie, puis construire des vecteurs qui suivent une loi gaussienne de matrice de covariance définie.

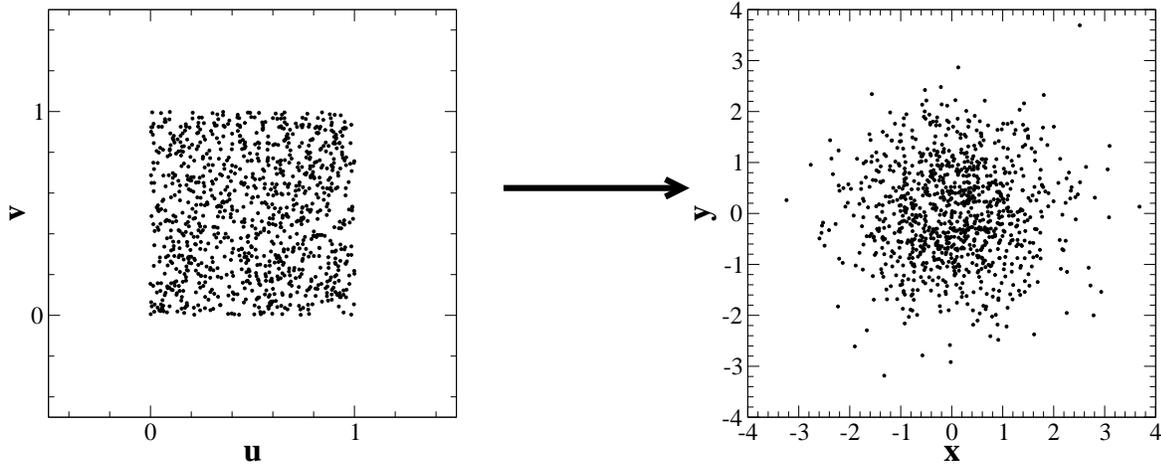
#### **Théorème 1**

Soient  $u$  et  $v$  deux variables aléatoires indépendantes suivant des densités de probabilité constantes sur  $[0; 1]$ . Alors les suites :

$$x = \sqrt{-2 \ln u} \cos(2 \pi v)$$

$$y = \sqrt{-2 \ln u} \sin(2 \pi v)$$

sont indépendantes et suivent des lois gaussiennes centrées en 0 et d'écart type  $\sigma=1$ .



Supposons maintenant que nous soyons dans un espace à  $n$  dimensions de vecteurs  $\mathbf{x}=(x_1, \dots, x_n)$ , et que nous voulions créer une suite aléatoire  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots$  qui suive une loi gaussienne de matrice de covariance  $C$  symétrique et définie positive. Cela peut être fait grâce aux étapes suivantes :

- diagonalisation de la matrice :  $C=PD^tP$  :  $P$  matrice orthogonale (i.e.  $P$  matrice inversible et  $P^{-1}=^tP$ ) et  $D$  matrice diagonale définie positive :

$$D=\begin{pmatrix} \sigma_1^2 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_n^2 \end{pmatrix},$$

- Création d'une suite de vecteurs aléatoires  $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots$  suivant une loi gaussienne de matrice de covariance  $D$ . Chaque vecteur est composé de  $n$  variables aléatoires indépendantes  $y_1, \dots, y_n$  qui suivent une loi de probabilité gaussienne d'écart types respectifs  $\sigma_1, \dots, \sigma_n$  ;
- obtentions des vecteurs aléatoires  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots$  en transformant les vecteurs  $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots$  d'après la formule :

$$\mathbf{x}=P\mathbf{y}.$$

Justification : soit  $X$  un vecteur aléatoire de moyenne nulle, et  $C_X$  sa matrice de covariance :

$$C_X=\overline{X^tX}.$$

Soit  $P$  une matrice de changement de base orthogonale et soit le changement de variable  $Y = P^{-1}X$ .

Alors :

$$\begin{aligned} C_X &= \overline{X^t X} \\ &= \overline{P Y^t Y^t P} \\ &= P \overline{Y^t Y^t} P \\ &= P C_Y^t P \end{aligned}$$

### III.2.4. L'algorithme de Metropolis relatif

Soit un espace  $X$  et la densité homogène  $\mu(\mathbf{x})$  qui lui est associée. Considérons la situation suivante. Soit une loi aléatoire qui définit une marche aléatoire  $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots$  qui échantillonne la densité de probabilité  $f(\mathbf{x})$ . Soit une autre densité de probabilité  $g(\mathbf{x})$ . Nous cherchons à construire une suite  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots$  qui échantillonne la densité de probabilité  $h(\mathbf{x})$ , conjonction des densités de probabilité  $f(\mathbf{x})$  et  $g(\mathbf{x})$ . A une étape donnée, nous sommes au point  $\mathbf{x}_i$ . Le candidat pour être le point suivant sera déterminé par la première suite :  $\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}} = \mathbf{y}_{i+1}$ . La loi d'acceptation-rejet sera similaire à celle de l'algorithme de Metropolis absolu :

- si  $g(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}})/\mu(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}) \geq g(\mathbf{x}_i)/\mu(\mathbf{x}_i)$ , alors la transition proposée à  $\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}$  est acceptée :  $\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}$ ,
- si  $g(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}})/\mu(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}) < g(\mathbf{x}_i)/\mu(\mathbf{x}_i)$ , alors nous décidons au hasard d'accepter la transition à  $\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}$  ( $\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}$ ) ou de rester à  $\mathbf{x}_i$  ( $\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i$ ), avec la probabilité suivante d'accepter la transition à  $\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}$  :

$$P = \frac{g(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}})/\mu(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}})}{g(\mathbf{x}_i)/\mu(\mathbf{x}_i)}.$$

Dans ce cas, la marche aléatoire échantillonne la conjonction  $h(\mathbf{x})$  des densités de probabilité  $f(\mathbf{x})$  et  $g(\mathbf{x})$  :

$$h(\mathbf{x}) = k \frac{f(\mathbf{x})g(\mathbf{x})}{\mu(\mathbf{x})}.$$

Une démonstration de cette propriété est donnée dans *Mosegaard and Tarantola* [2002, appendice

O].

Pour résumer, l'algorithme de Metropolis relatif, à partir d'un échantillon donné d'une densité de probabilité  $f(\mathbf{x})$  et d'une densité de probabilité donnée  $g(\mathbf{x})$ , crée un échantillon de la densité de probabilité  $(f \wedge g)(\mathbf{x})$ .

Remarquons que la présence de la densité homogène  $\mu(\mathbf{x})$  n'est pas nécessaire dans cet algorithme. Nous aurions pu énoncer un algorithme similaire pour construire un échantillon de la densité produit  $\tilde{h}(\mathbf{x})=f(\mathbf{x})g(\mathbf{x})$ . Nous avons utilisé cette formulation car elle correspond plus aux applications physiques.

Remarquons également que cet algorithme ne nécessite pas de pouvoir calculer explicitement la densité  $f(\mathbf{x})$  pour tout point  $\mathbf{x}$ , mais simplement d'avoir un échantillon de cette densité. Notons également que cet algorithme nécessite de pouvoir évaluer la densité de probabilité  $g(\mathbf{x})$  à tout point  $\mathbf{x}$  à une constante près seulement, cette constante se simplifiant de toute manière dans le rapport  $g(\mathbf{x}_i)/g(\mathbf{x}_j)$ . Ceci sera très important quand  $g$  s'écrit comme conjonction de deux probabilités  $g_1$  et  $g_2$ , car alors une constante  $k$  de renormalisation apparaît, que l'on peut pas calculer directement.

Une application particulière de l'algorithme de Metropolis, si on choisit  $f(\mathbf{x})=\mu(\mathbf{x})$ , est de créer, à partir d'un échantillon de la densité homogène  $\mu(\mathbf{x})$ , un échantillon de n'importe quelle densité de probabilité donnée  $g(\mathbf{x})$ .

### III.2.5. L'algorithme de Metropolis en cascade

L'algorithme de Metropolis en cascade est une généralisation de l'algorithme de Metropolis relatif avec  $n$  distributions  $f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_n(\mathbf{x})$ . Supposons que nous avons une suite  $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots$  qui échantillonne la densité  $f_1(\mathbf{x})$ . Notre algorithme va créer une suite  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots$  qui échantillonne la densité de probabilité  $h(\mathbf{x})=(f_1 \wedge f_2 \wedge \dots \wedge f_n)(\mathbf{x})$ , conjonction des densités de probabilité  $f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_n(\mathbf{x})$ . Voici comment il procède.

A une étape donnée, la marche aléatoire se trouve au point  $\mathbf{x}_i$ . Le candidat suivant est tiré de la suite  $\mathbf{y}$  :  $\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}} = \mathbf{y}_{i+1}$ . Ce candidat est accepté s'il passe les étapes suivantes :

1. si  $f_2(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}})/\mu(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}) \geq f_2(\mathbf{x}_i)/\mu(\mathbf{x}_i)$ , allons au point 2. Sinon, décidons aléatoirement d'aller au point 2 ou de rester au point  $\mathbf{x}_i$  ( $\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i$ ), avec la probabilité suivante d'aller au point 2 :

$$P = \left( f_2(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}})/\mu(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}) \right) / \left( f_2(\mathbf{x}_i)/\mu(\mathbf{x}_i) \right) ;$$

2. si  $f_3(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}})/\mu(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}) \geq f_3(\mathbf{x}_i)/\mu(\mathbf{x}_i)$ , allons au point 3. Sinon, décidons aléatoirement d'aller au point 3 ou de rester au point  $\mathbf{x}_i$  ( $\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i$ ), avec la probabilité suivante d'aller au point 3 :

$$P = \left( f_3(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}})/\mu(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}) \right) / \left( f_3(\mathbf{x}_i)/\mu(\mathbf{x}_i) \right) ;$$

... ..

(n-1). si  $f_n(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}})/\mu(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}) \geq f_n(\mathbf{x}_i)/\mu(\mathbf{x}_i)$ , acceptons la transition proposée à  $\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}$  ( $\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}$ ).

Sinon, décidons aléatoirement d'accepter la transition à  $\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}$  ou de rester au point  $\mathbf{x}_i$  ( $\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i$ ),

avec la probabilité suivante d'aller à  $\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}$  :  $P = \left( f_n(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}})/\mu(\mathbf{x}_{i+1}^{\text{cand}}) \right) / \left( f_n(\mathbf{x}_i)/\mu(\mathbf{x}_i) \right) ;$

La suite  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots$  ainsi créée échantillonnera la densité de probabilité  $h(\mathbf{x})$ , conjonction des densités  $f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_n(\mathbf{x})$ . Ceci se démontre de manière évidente à partir de l'algorithme de Metropolis relatif.

### III.2.6. Arrêt de la marche aléatoire

Quand une marche aléatoire a-t-elle visité suffisamment de points dans l'espace pour qu'une densité de probabilité soit échantillonnée de manière fine ? C'est un problème complexe, mais très important dans la pratique. Il n'y a pas de loi générale : chaque problème a sa propre physique, et l'expérience est ici cruciale.

En pratique, nous démarrerons plusieurs marches aléatoires, que nous arrêterons lorsque les résultats données par celles-ci sont suffisamment proches.

### III.3. Formulation du problème inverse

#### III.3.1. Cadre général

Imaginons que nous avons un modèle physique. Ce modèle possède des paramètres d'entrée, et des données de sortie. Soit  $\mathbf{m}=(m_1, m_2, \dots, m_{NM}) \in M$  le vecteur regroupant ces paramètres d'entrée. Soit  $\mathbf{d}=(d_1, d_2, \dots, d_{NM}) \in D$  le vecteur des paramètres de sortie. Mathématiquement, un modèle peut donc être vu comme une application  $G: M \rightarrow D$ , qui, à un ensemble de paramètres d'entrée, associe un ensemble de données de sortie. Bien que, dans certains problèmes subtils, il soit parfois artificiel de séparer ces deux types de variables, nous utiliserons ici cette formulation qui est la plus simple et qui permet d'appréhender un grand nombre de problèmes.

Il est possible que nous possédions d'ores et déjà une information a priori sur les paramètres d'entrée du modèle. Ce peut être une estimation, même large, de ces paramètres. Pour reprendre notre exemple de l'archivage de la température de surface dans le trou de forage, nous savons que la température du glacier était plus froide que l'actuel, mais que le changement ne peut pas excéder quelques dizaines de degrés. Nous avons également d'autres estimations de ce changement de température, par exemple par l'intermédiaire des isotopes mesurés dans le névé, ou grâce aux modèles de distillation de Rayleigh estimant la relation isotope – température de surface. Mathématiquement, nous traduirons cette information a priori sur les paramètres du modèle par une densité de probabilité  $\rho_M(\mathbf{m})$ .

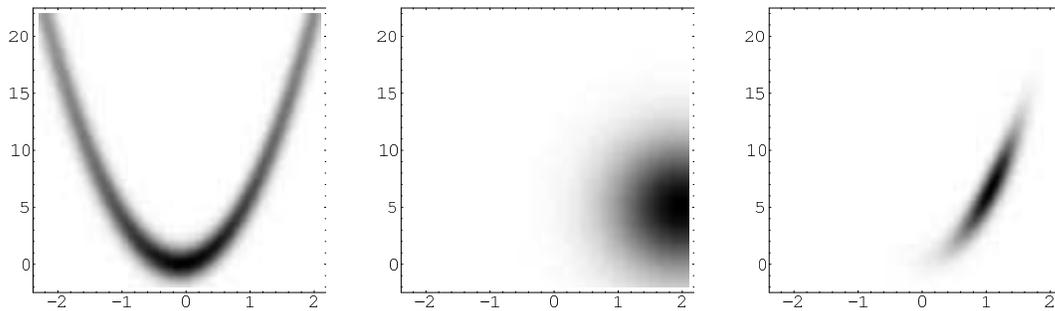
Nous avons par ailleurs dans notre problème des informations sur les données de sortie de notre modèle, issues par exemple de mesures physiques. Dans notre application sur les températures dans la calotte polaire, ce sera la mesure de température dans le trou de forage. Cette mesure ne se réduit jamais à un seul chiffre : c'est en général une évaluation d'une variable, avec une barre d'erreur associée. Plus généralement, nous dirons que nous avons une information a priori sur les données de sortie du modèle, que nous traduirons mathématiquement par une densité de probabilité  $\rho_D(\mathbf{d})$ .

Soit  $X=(M, D)$  l'ensemble des variables du modèle (paramètres d'entrée et données de sortie) et soit  $\mu(\mathbf{m}, \mathbf{d})$  la densité de probabilité homogène sur cet espace. Les informations a priori que nous possédons sur ces variables peuvent donc se résumer à une densité de probabilité sur l'espace  $X$  :

$$\rho(\mathbf{x}) = \rho(\mathbf{m}, \mathbf{d}) = \rho_M(\mathbf{m})\rho_D(\mathbf{d})$$

Bien que nous ayons introduit séparément  $\rho_M(\mathbf{m})$  et  $\rho_D(\mathbf{d})$ , en supposant que ces deux ensembles de variables étaient bien disjoints et que les a priori que nous avons sur chacun d'eux étaient bien indépendants, la notation introduite ci-dessus permet une situation plus générale où les variables ne sont pas séparées en deux groupes.

Bien que nous ayons défini notre modèle comme une application  $G: M \rightarrow D$ , les choses sont en fait un peu plus complexes. En réalité, tout modèle physique est imparfait et possède des incertitudes. Par exemple, il y a toujours des phénomènes physiques que l'on ne prend pas en compte, et nos théories physiques ne sont peut-être que des approximations de théories plus générales (par exemple, la mécanique newtonienne est une approximation de la mécanique relativiste). Un modèle ne doit donc pas être simplement représenté par une application  $G: M \rightarrow D$ , mais par une densité de probabilité sur l'espace  $X: \mathcal{G}(\mathbf{m}, \mathbf{d})$ .



**Illustration III.6** Figures illustrant la conjunction de l'information issue de la théorie (figure de gauche) et de l'information a priori (figure du milieu) pour donner l'information a posteriori (figure de droite).

Pour résumer nous avons deux sources d'information différentes sur l'ensemble des variables de notre modèle : les informations a priori (ou expérimentales)  $\rho(\mathbf{m}, \mathbf{d})$  et les informations issues de la modélisation (ou informations théoriques)  $\mathcal{G}(\mathbf{m}, \mathbf{d})$ . Finalement, ce qui nous intéresse est la conjunction de ces deux informations, qui, si elles sont indépendantes, s'exprime comme (voir Illustration III.6)

$$\sigma(\mathbf{m}, \mathbf{d}) = k \frac{\rho(\mathbf{m}, \mathbf{d})\mathcal{G}(\mathbf{m}, \mathbf{d})}{\mu(\mathbf{m}, \mathbf{d})} \quad (\text{conjunction d'informations})$$

avec des probabilités marginales données par :

$$\sigma_m(\mathbf{m}) = \int_D \sigma(\mathbf{m}, \mathbf{d}) d\mathbf{d} \quad ; \quad \sigma_d(\mathbf{d}) = \int_M \sigma(\mathbf{m}, \mathbf{d}) d\mathbf{m}$$

Pour la plupart des applications, les données de sortie et les paramètres d'entrée sont indépendants, et nous avons

$$\mu(\mathbf{m}, \mathbf{d}) = \mu_m(\mathbf{m})\mu_d(\mathbf{d}) \quad ; \quad \rho(\mathbf{m}, \mathbf{d}) = \rho_m(\mathbf{m})\rho_d(\mathbf{d})$$

et il s'ensuit :

$$\sigma_m(\mathbf{m}) = k \frac{\rho_m(\mathbf{m})}{\mu_m(\mathbf{m})} \int_D \frac{\rho_d(\mathbf{d})\vartheta(\mathbf{m}, \mathbf{d})}{\mu_d(\mathbf{d})} d\mathbf{d}.$$

Nous pouvons alors faire l'hypothèse suivante sur l'information apportée par le modèle physique

$$\vartheta(\mathbf{m}, \mathbf{d}) = \vartheta_{d|m}(\mathbf{d}|\mathbf{m})\mu_m(\mathbf{m}). \quad \text{III.1}$$

Cette hypothèse revient à supposer que la théorie physique n'apporte aucune information directe sur les paramètres d'entrée (ce qui paraît normal), mais qu'elle apporte une information sur les données de sortie connaissant les paramètres d'entrée (ce qui paraît là aussi raisonnable). Remarquons tout de même que la symétrie entre  $\mathbf{m}$  et  $\mathbf{d}$  est rompue dans cette formule. Avec cette hypothèse, la densité de probabilité a posteriori sur  $\mathbf{m}$  est donnée par

$$\sigma_m(\mathbf{m}) = k \rho_m(\mathbf{m}) \int_D \frac{\rho_d(\mathbf{d})\vartheta_{d|m}(\mathbf{d}|\mathbf{m})}{\mu_d(\mathbf{d})} d\mathbf{d}. \quad \text{(III.2)}$$

Quant à la densité de probabilité a posteriori sur les données  $\mathbf{d}$  (calcul non présent dans l'ouvrage de *Mosegaard et Tarantola* [soumis]), nous trouvons

$$\sigma_d(\mathbf{d}) = k \frac{\rho_d(\mathbf{d})}{\mu_d(\mathbf{d})} \int_M \rho_m(\mathbf{m})\vartheta_{d|m}(\mathbf{d}|\mathbf{m}) d\mathbf{m}. \quad \text{(III.3)}$$

### III.3.2. Cas d'incertitudes négligeables sur la modélisation

Dans le cas d'une modélisation « parfaite », c'est à dire avec des incertitudes négligeables (en fait ces incertitudes devront être négligeables par rapport aux incertitudes des a priori  $\rho_m(\mathbf{m})$  et

$\rho_d(\mathbf{d})$ ), cette modélisation se réduit à une application  $G:M \rightarrow D$  ; on prendra alors  $\mathfrak{P}_{d|m}(\mathbf{d}|\mathbf{m})=\delta(\mathbf{d}-G(\mathbf{m}))$ , où  $\delta$  est la fonction de Dirac. Les équations III.2 et III.3 deviennent alors :

$$\sigma_m(\mathbf{m})=k\rho_m(\mathbf{m})\frac{\rho_d(G(\mathbf{m}))}{\mu_d(G(\mathbf{m}))}, \quad (\text{III.4})$$

$$\sigma_d(\mathbf{d})=k\frac{\rho_d(\mathbf{d})}{\mu_d(\mathbf{d})}\int_M\rho_m(\mathbf{m})\delta(\mathbf{d}-G(\mathbf{m}))d\mathbf{m}. \quad (\text{III.5})$$

Concernant la résolution pratique de ces dernières équations, nous pouvons résoudre analytiquement ce problème seulement dans des cas spéciaux. Le cas le plus célèbre est le problème linéaire avec des incertitudes gaussiennes, qui a été largement étudié [voir par exemple *Tarantola*, 1987], ce problème pouvant même inclure des incertitudes gaussiennes sur la modélisation. Mais dans un cas plus général avec un modèle non linéaire ou des incertitudes non gaussiennes, il faudra effectuer une exploration de l'espace des paramètres, grâce à une méthode de Monte Carlo.

## **III.4. Résolution des problèmes inverses par méthode de Monte Carlo**

### **III.4.1. Cadre général**

Nous reprenons ici le même contexte que dans la section précédente : nous cherchons à résoudre un problème inverse, et nous considérons que les incertitudes du modèle sont négligeables. Quand le modèle est non linéaire, la résolution pratique nécessite une exploration de l'espace des paramètres du modèle  $M$ , de type Monte Carlo, que nous avons détaillée dans la section III.2.

Pour  $\sigma_m(\mathbf{m})$ , le problème est assez simple, puisque la formule III.4 nous permet de construire un échantillon de cette densité grâce à l'algorithme de Metropolis–Hastings. En effet, pour tout ensemble de paramètres d'entrée  $\mathbf{m}$ , on peut calculer  $\rho_m(\mathbf{m})$  (a priori sur les paramètres d'entrée), puis  $G(\mathbf{m})$  (résultat du modèle) et donc  $\rho_d(G(\mathbf{m}))/\mu_d(G(\mathbf{m}))$  (a priori sur les données de sortie). On peut donc calculer  $\sigma_m(\mathbf{m})$  à une constante près ( $k$ ), ce qui est suffisant pour appliquer l'algorithme.

Pour  $\sigma_d(\mathbf{d})$ , nous utiliserons le théorème suivant (nous n'avons pas trouvé ce théorème dans les ouvrages de M. Tarantola, et nous en donnons une démonstration en annexe) :

## **Théorème 2**

Soit une suite  $(\mathbf{m}_i)$  qui échantillonne la densité  $\sigma_m(\mathbf{m})$  donnée en III.4. Alors la suite  $(G(\mathbf{m}_i))$  échantillonne la densité de probabilité  $\sigma_d(\mathbf{d})$  donnée en III.1.

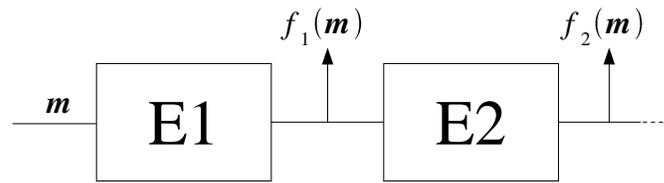
Pour les applications des méthodes inverses, ce théorème est tout à fait fondamental. En effet, il nous suffit de créer une suite  $(\mathbf{m}_i)$  qui échantillonne la densité  $\sigma_m(\mathbf{m})$  grâce à l'algorithme de Métropolis–Hastings, et la densité  $\sigma_d(\mathbf{d})$  est directement échantillonnée par la suite des sorties du modèle. Il ne nous reste alors plus qu'à faire des statistiques (moyennes, écarts types, ...) sur les scénarios qui ont été sélectionnés par l'algorithme.

### **III.4.2. Utilisation de l'algorithme de Metropolis relatif**

En général, les informations a priori sur les modèles et les données s'écrivent comme une conjonction d'informations indépendantes :  $\rho_M = \rho_M^1 \wedge \rho_M^2 \wedge \dots \wedge \rho_M^p$  et  $\rho_D = \rho_D^1 \wedge \rho_D^2 \wedge \dots \wedge \rho_D^q$ . Ainsi, la densité a posteriori sur les paramètres d'entrée  $\sigma_M(\mathbf{m})$  peut se décomposer comme une conjonction de densités  $f_1 \wedge f_2 \wedge \dots \wedge f_m$  (qui nécessite éventuellement le calcul des données  $\mathbf{d}$ ). Par conséquent, il est légitime de vouloir utiliser l'algorithme de Metropolis relatif (éventuellement en cascade). Après avoir échantillonné la densité  $f_1$ , celui-ci nous permet, grâce à  $(m-1)$  lois d'acceptation–rejet, de créer un échantillon de la densité  $f_1 \wedge f_2 \wedge \dots \wedge f_m$  (cf. section III.2.5).

A priori, l'utilisation de cet algorithme ralentit la convergence, puisqu'il augmente le nombre de scénarios rejetés. Il paraît donc plus intéressant d'échantillonner directement la densité  $f_1 \wedge f_2$  par l'algorithme de Metropolis absolu, que de le faire en deux étapes en utilisant l'algorithme de Metropolis relatif. Toutefois, l'application l'algorithme relatif peut devenir intéressante si les densités  $f_1, f_2, \dots, f_m$  correspondent à des étapes de calcul de notre modèle qui sont coûteuses en temps. Imaginons par exemple que le calcul des estimations  $f_1(\mathbf{m})$  et  $f_2(\mathbf{m})$  se fasse après deux

étapes consécutives de calcul E1 et E2 :



Imaginons alors que l'étape de calcul E2 est beaucoup plus coûteuse en temps que l'étape E1, mais que l'estimation  $f_2(m)$  est beaucoup moins restrictive que l'estimation  $f_1(m)$  (moins de scénarios rejetés). Ainsi, en appliquant l'algorithme de Metropolis absolu à la densité  $f_1 \wedge f_2$ , nous procédons systématiquement à l'étape E2, alors qu'elle est peu discriminante par rapport à l'estimation. Une application de l'algorithme de Metropolis relatif nous fera alors gagner beaucoup de temps de calcul. En effet, nous échantillons tout d'abord indépendamment la densité  $f_1(m)$ , puis nous procédons à l'étape E2 seulement pour les scénarios qui ont été sélectionnés.

Nous n'avons pas fait lors de notre travail une étude suffisamment poussée pour donner des principes quantitatifs pour optimiser le temps de convergence, en fonction du coût de calcul et de la sélectivité des étapes. Nous énoncerons donc seulement quelques principes qualitatifs :

- en général, fractionner le moins possible l'algorithme, car chaque utilisation de l'algorithme de Metropolis relatif mène à un rejet de certains scénarios et donc un ralentissement de la convergence de la suite ;
- procéder d'abord aux étapes restrictives mais peu coûteuses en temps de calcul.

L'expérience du programmeur sera alors déterminante pour trouver la configuration qui donnera la meilleure convergence à temps de calcul égal.

# Chapitre IV : Application à Vostok

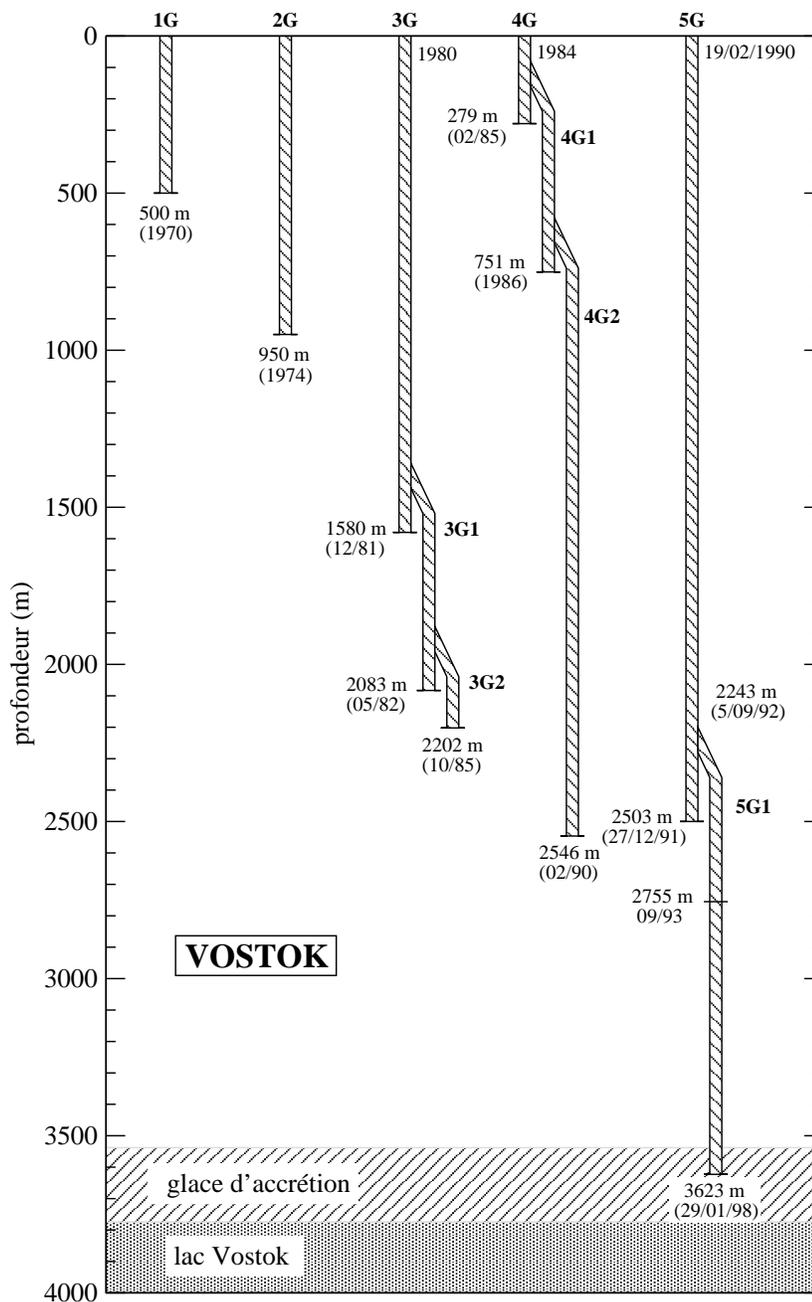
Au début de ce travail de thèse, nous nous sommes très naturellement intéressé au forage de Vostok, le forage qui (à l'époque) comportait les plus longs enregistrements (4 cycles climatiques complets) et qui disposait d'un éventail très variés de mesures. Nous avons cherché à produire une datation optimale de Vostok tout au long du forage. Malheureusement, le site de Vostok étant situé sur une ligne d'écoulement, la datation est compliquée par le fait que des effets bi-dimensionnels doivent être pris en compte aussi bien dans le calcul de l'amincissement que dans celui de l'accumulation. Nous verrons donc que la datation de Vostok dans la partie profonde n'est pas aisée. Par ailleurs, la datation de Vostok dans la partie haute du forage (les 50 000 dernières années) ne coïncide pas avec les chronologies stratigraphiques des forages groenlandais. Ces dernières datations ayant été confirmées récemment par les datations U-Th des enregistrements issus des spéléothèmes, c'est certainement le modèle de datation de Vostok qui doit être mis en cause. Nous avons de plus cherché à quantifier la variation du déphasage entre les enregistrements de Vostok et l'insolation. Nous avons trouvé des déphasages variables, mais ces résultats ne semblent pas confirmés par l'étude du forage de Dôme Fuji. Ce pourrait donc être là aussi un artefact du modèle de datation.

## **IV.1. Données sur le forage**

### **IV.1.1. Situation et histoire du forage**

Vostok est situé en Antarctique de l'Est (78°S, 106°E) à une altitude de 3 488 m ; la température moyenne de l'air est de -55.5°C et l'accumulation actuelle d'environ 2 cm de glace/an [*Petit et al.*, 1999].

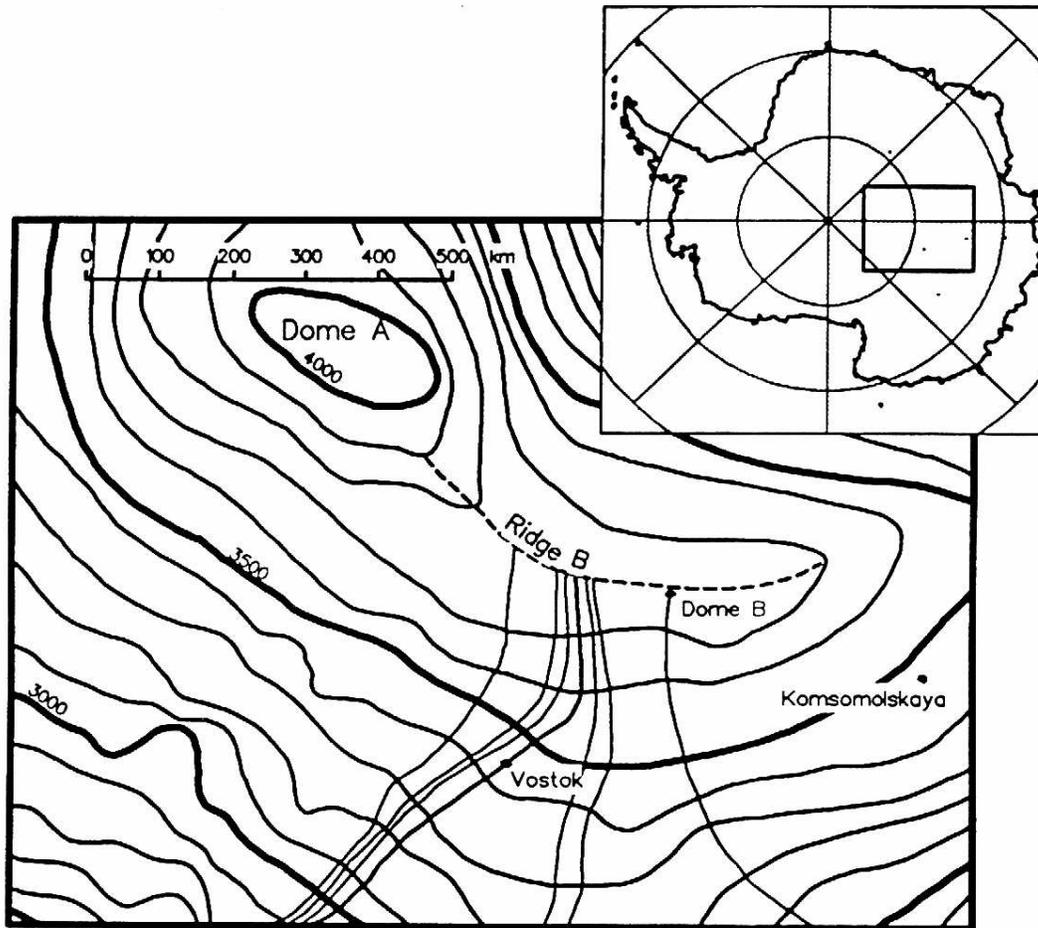
Vostok est de toute évidence le forage dont l'histoire a duré le plus longtemps. Le forage a débuté au début des années 70. Les Russes y ont installé une station permanente et ont réalisé deux forages de 500 m en 1970 (forage 1G) et 950 m en 1974 (forage 2G). En 1982, le forage a repris à partir de la surface. Le troisième forage à Vostok (3G) a atteint la profondeur de 2202 m en 1985, après que le carottier se soit coincé deux fois. Les équipes françaises de Grenoble (LGGE) et Saclay (LGI) se sont impliquées dans ce projet à partir de 1982, bientôt rejointes par celle du CSNSM Orsay. Les foreurs russes ont alors réussi à deux reprises à dévier le trou de forage pour passer à côté de l'ancien carottier coincé. Remarquons que ce sont les seuls dans l'histoire des forages profonds à avoir pratiqué une telle opération. Le forage a malgré tout dû être arrêté à cause de la fermeture



**Illustration IV.1** Schéma en coupe illustrant l'histoire des différents forages à Vostok.

progressive du trou. Le forage suivant (4G), débuté parallèlement en 1984, est parvenu à la profondeur de 2546 m en 1990, après avoir subi les mêmes déboires que le précédent. C'est alors qu'a débuté la même année le dernier forage à Vostok (5G), qui, après s'être coincé à la profondeur de 2503 m fin 1991, a atteint la profondeur finale de 3623 m en 1998. Il a été décidé d'arrêter le forage à cette profondeur, pour ne pas risquer de polluer le lac sous glaciaire présent environ 120 m plus bas.

Notons que les forages à Vostok ont été réalisés par carottiers thermiques, à l'exception du dernier (5G1) à partir de la profondeur 2755 m, qui a été mené à bien grâce à un carottier mécanique.



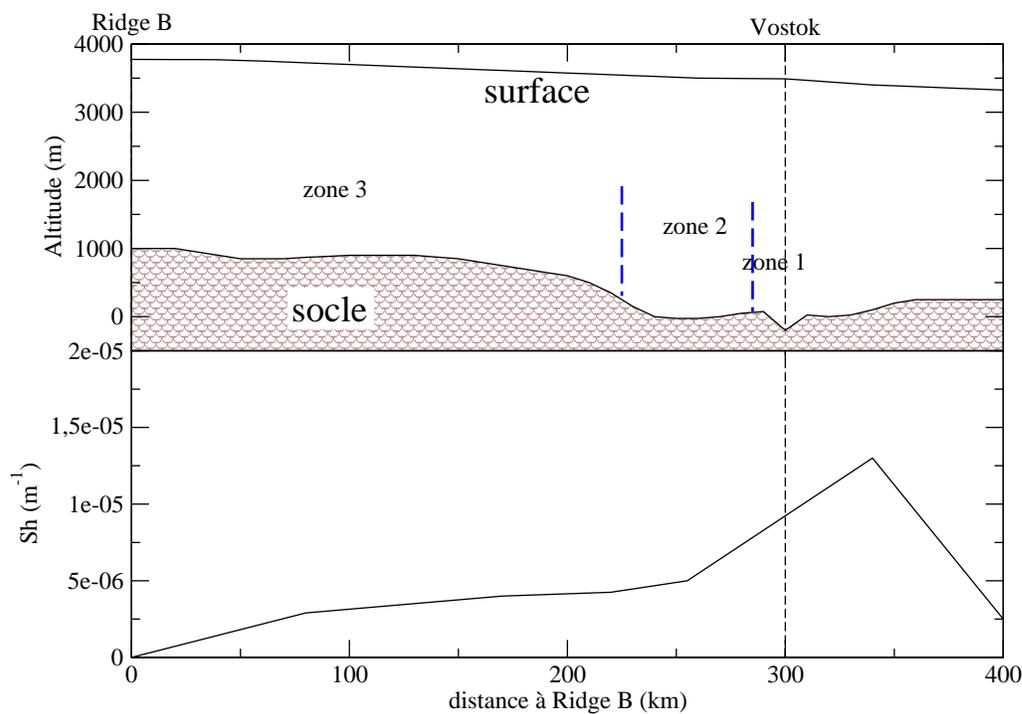
**Illustration IV.2** Carte topographique de la région de Vostok [Drewry, 1983]. Les lignes d'écoulement y ont été déterminées comme étant tangentes à la ligne de plus grande pente.

Le forage de Vostok n'est pas situé sur un dôme, mais sur une ligne d'écoulement, dont l'origine se trouve à Ridge B, une crête reliant Dôme A à Dôme B (voir Illustration IV.2). Vostok est distant de 300 km du début de la ligne d'écoulement. Comme décrit dans la section I.4, nous utiliserons la divergence des lignes d'écoulement (cf. Illustration IV.3) pour prendre en compte la dimension transversale. Les lignes d'écoulement ont été déterminées à partir de la ligne de plus grande pente de la carte topographique.

Le profil topographique du socle doit également être pris en compte dans la modélisation de la ligne d'écoulement Ridge B – Vostok. Dans notre étude, nous avons utilisé la topographie du socle

de *Drewry* [1983], et nous pouvons distinguer 3 zones particulières en ce qui concerne les conditions basales (voir Illustration IV.3) :

- la région du lac de Vostok (zone 1) [*Kapitza et al.*, 1996] qui s'étend à peu près sur 15 km en direction de Ridge B ;
- la région distante de 15 à 75 km de Vostok (zone 2), où la base atteint certainement le point de fusion (base tempérée), à cause d'une importante épaisseur de glace [*Ritz*, 1992] ;
- la région près de Ridge B (zone 3), où, à cause d'une faible épaisseur de glace, il n'y a probablement ni fonte ni glissement (base froide).



**Illustration IV.3** Ligne d'écoulement Ridge B – Vostok. (**En haut**) Profil du socle et de la surface de la calotte. (**En bas**) Divergence des lignes d'écoulement.

## IV.1.2. Température dans le trou de forage

Le premier profil de température dans le trou a été mesuré en 1970 [*Barkov and Uvarov*, 1973]

entre 0 et 500 m, avec, selon eux, une précision relative de  $0.01^{\circ}\text{C}$  et une précision absolue n'excédant pas  $0.14^{\circ}\text{C}$ .

Puis la température fut mesurée à trois reprises (1977, 1980, et 1982) par des scientifiques soviétiques [*Vostresov et al.*, 1984] entre 100 et 2040 m. La précision estimée pour ces mesures n'est pas meilleure que  $0.1^{\circ}\text{C}$  entre 900 et 2040 m.

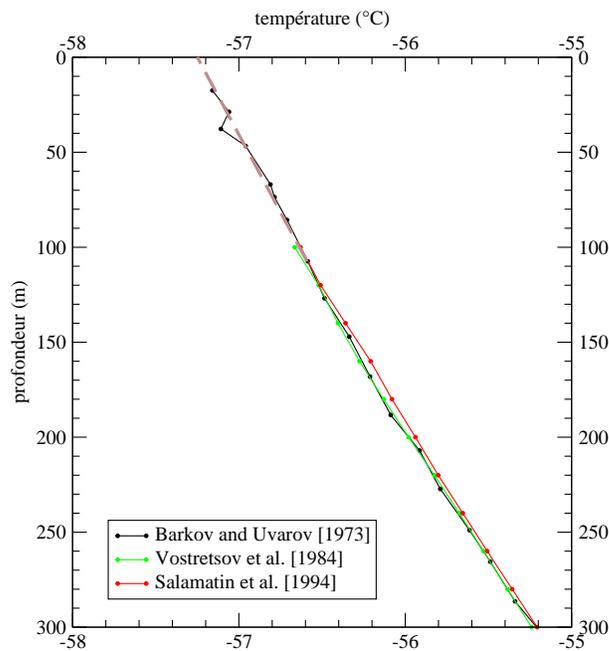
Des mesures plus précises ont été réalisées en 1988 dans le trou de forage 3G par Rydvan pour les 1950 premiers mètres [*Salamatin et al.*, 1994]. Le profil a été mesuré 3 fois durant l'année (en avril, juillet et septembre), avec 4–5 mesures à chaque profondeur. La reproductibilité expérimentale des mesures est de  $0.005\text{--}0.01^{\circ}\text{C}$ , tandis que l'incertitude absolue des mesures a été estimée à  $0.05^{\circ}\text{C}$ .

Un autre profil de température a été mesuré par A. Volkov en 1993 principalement entre 1950 et 2755 m, seulement 6 mois après que l'opération de forage ait été stoppée. Pour cette raison, la précision des ces mesures fut moins bonne.

Durant la saison 1997–1998, la température du trou 5G fut mesurée indépendamment par C. Rado et R. Vostretsov de 1900 m à 3523 m [*Salamatin et al.*, 1998]. La précision absolue des mesures de Vostretsov est de  $0.07^{\circ}\text{C}$ , tandis que la sensibilité de l'appareil de mesure était de  $0.01\text{--}0.02^{\circ}\text{C}$ .

Puis, le forage prolongé jusqu'à 3623 m, des mesures furent faites par J. R. Petit à partir de 3500 m [*Salamatin et al.*, 1998].

### IV.1.3. Température de surface



**Illustration IV.4** Profils de température mesurée dans les premières centaines de mètres des forages à Vostok.

Comme nous l'avons dit dans la section I.2, il existe deux méthodes différentes pour mesurer la température de surface actuelle à Vostok. La première méthode consiste à mesurer la température de l'air tout au long de l'année, et à en faire la moyenne. La valeur de  $-55.5^{\circ}\text{C}$  [Lorius et al., 1985] a ainsi été obtenue à Vostok. La deuxième méthode consiste à extrapoler la température mesurée dans un trou de forage lors des différentes missions. En reprenant les mesures de 1970 entre 0 et 500 m [Barkov and Uvarov, 1973], la température dans les premières dizaines de mètres peut ainsi être évaluée entre  $-57.2$  et  $-57.3^{\circ}\text{C}$ .

## IV.2. Informations chronologiques sur le forage

Nous faisons ici une synthèse des informations chronologiques absolues disponibles pour le forage de Vostok. Nous ne détaillerons pas la corrélation aux forages groenlandais au travers de l'oxygène 18 de l'air [Bender et al., 1994 ; Sowers and Bender, 1995], car nous jugeons que le

méthane offre une meilleure précision dans les périodes temporelles qui nous intéressent.

### **IV.2.1. Calage orbital**

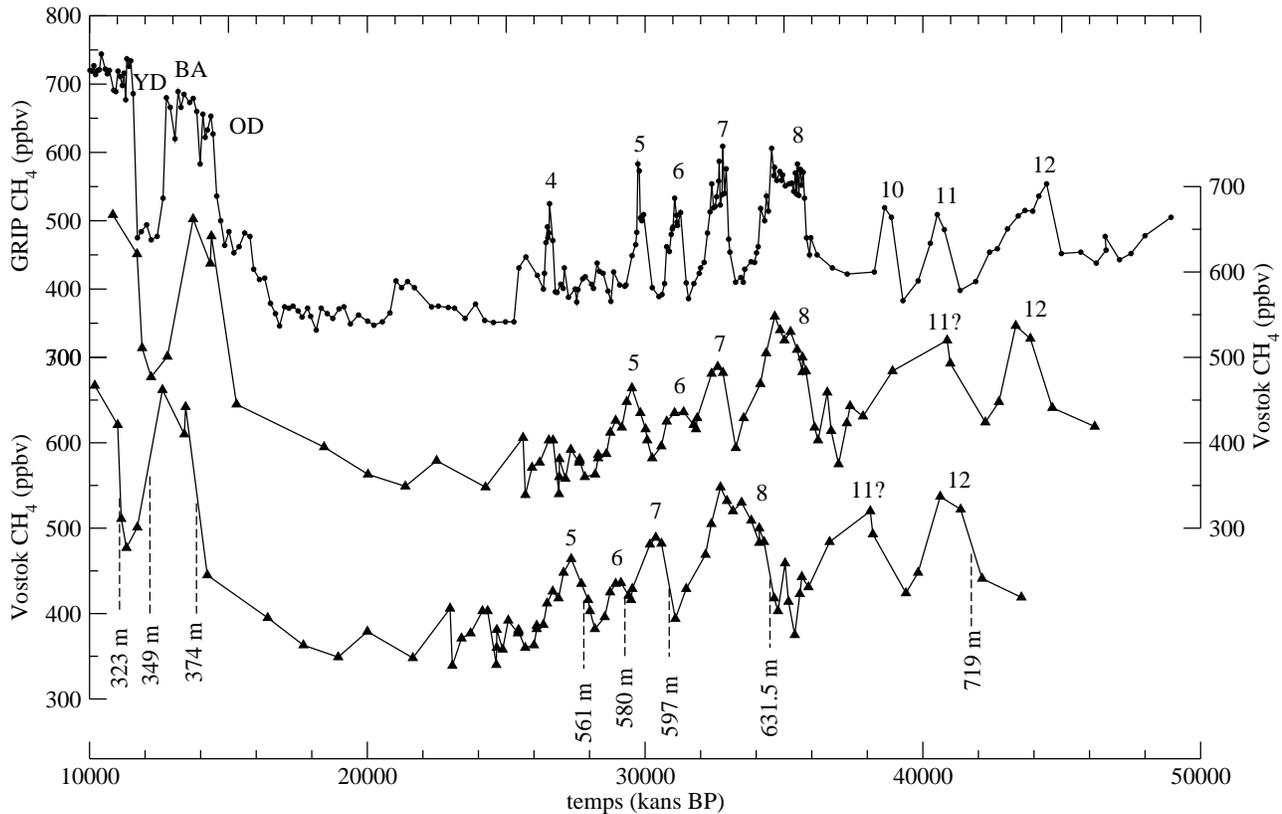
Quatre cycles climatiques étant présents à Vostok, un calage orbital peut être réalisé sur différents enregistrements. Le deutérium a d'abord été utilisé sur environ 2 cycles climatiques [Waelbroeck *et al.*, 1995 ; GMTS, Salamatin *et al.*, 1998], puis étendu sur les 4 cycles [OTT-ice, Parrenin *et al.*, 2001, ce chapitre]. L'oxygène 18 des bulles de gaz, présentant des variations plus évidentes dans les fréquences orbitales, a également permis un calage orbital [Petit *et al.*, 1999 ; Shackleton, 2000 ; OTT-gas, Parrenin *et al.*, 2001]. Plus récemment, le rapport O<sub>2</sub>/N<sub>2</sub> a été avancé comme outil potentiel de chronologie, car ce rapport est très bien corrélé aux variations locales d'insolation d'été pour les 3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> cycles climatiques de Vostok.

Notons toutefois que la calage orbital engendre une incertitude de plusieurs milliers d'années (voir section II.2.2). Une bonne preuve est que les différentes datations orbitales, même avec le même enregistrement, peuvent aboutir à des résultats assez différents.

### **IV.2.2. Identification des événements rapides de température de l'hémisphère nord dans le méthane**

Pour les forages antarctiques comme Vostok, l'enregistrement de méthane, dont les variations sont synchrones avec celles de la température du Groenland, permet une bonne corrélation aux événements rapides de l'hémisphère nord (voir section II.1.1). Pour cela, il faut disposer de mesures suffisamment échantillonnées pour pouvoir identifier de manière univoque ces événements rapides. Blunier *et al.* [1998] ont mesuré finement le méthane de Vostok pour les 45 000 dernières années, ce qui permet un calage au méthane mesuré dans les carottes Groenlandaises (GRIP ou GISP2) ou même directement sur l'isotope mesuré dans ces carottes, puisque les événements en isotopes et en méthane sont synchrones, au moins à quelques dizaines d'années près [Severinghaus *et al.*, 1998 ; Severinghaus *et al.*, 1999]. Dans le signal méthane de Vostok (voir Illustration IV.4), plusieurs événements rapides peuvent être repérés. Pendant la dernière déglaciation, les transitions Holocène–Younger–Dryas, Younger–Dryas–Bølling/Allerød, Bølling/Allerød–Oldest Dryas peuvent être identifiées à quelques mètres près. Durant la dernière période glaciaire, nous avons repéré les augmentations de méthane correspondant au début de certains stades isotopiques Groenlandais (Greenland Isotopic Stages, GIS) qui peuvent être identifiés avec une quasi-certitude : les GIS 5, 6,

7, 8 et 12. Cette corrélation est de plus confirmée par l'identification du pic de béryllium 10 dans les forages de GRIP et Vostok (voir ci-après).



**Illustration IV.5** Identification des événements de Dansgaard–Oeschger dans le signal méthane de Vostok. **En haut**, enregistrement de méthane de GRIP [Blunier et al., 1998], en fonction de l'échelle d'âge ss09 [Johnsen et al., 1992]. **Au milieu**, enregistrement de méthane de Vostok, calé sur l'échelle d'âge ss09 de GRIP [Blunier et al., 1998]. **En bas**, enregistrement de méthane de Vostok, en fonction de l'échelle d'âge GT4 [Petit et al., 1999]. Les chiffres représentent les stades isotopiques Groenlandais. Les abréviations YD, BA et OD repèrent respectivement le Younger–Drias, le Bølling/Allerød et le Oldest–Drias. Les lignes verticales en tirets repèrent les positions et les profondeurs des mi-transitions de méthane.

### IV.2.3. Synthèse : informations chronologiques disponibles

Les informations suivantes sont disponibles pour le forage de Vostok (cf. II pour plus de détails) :

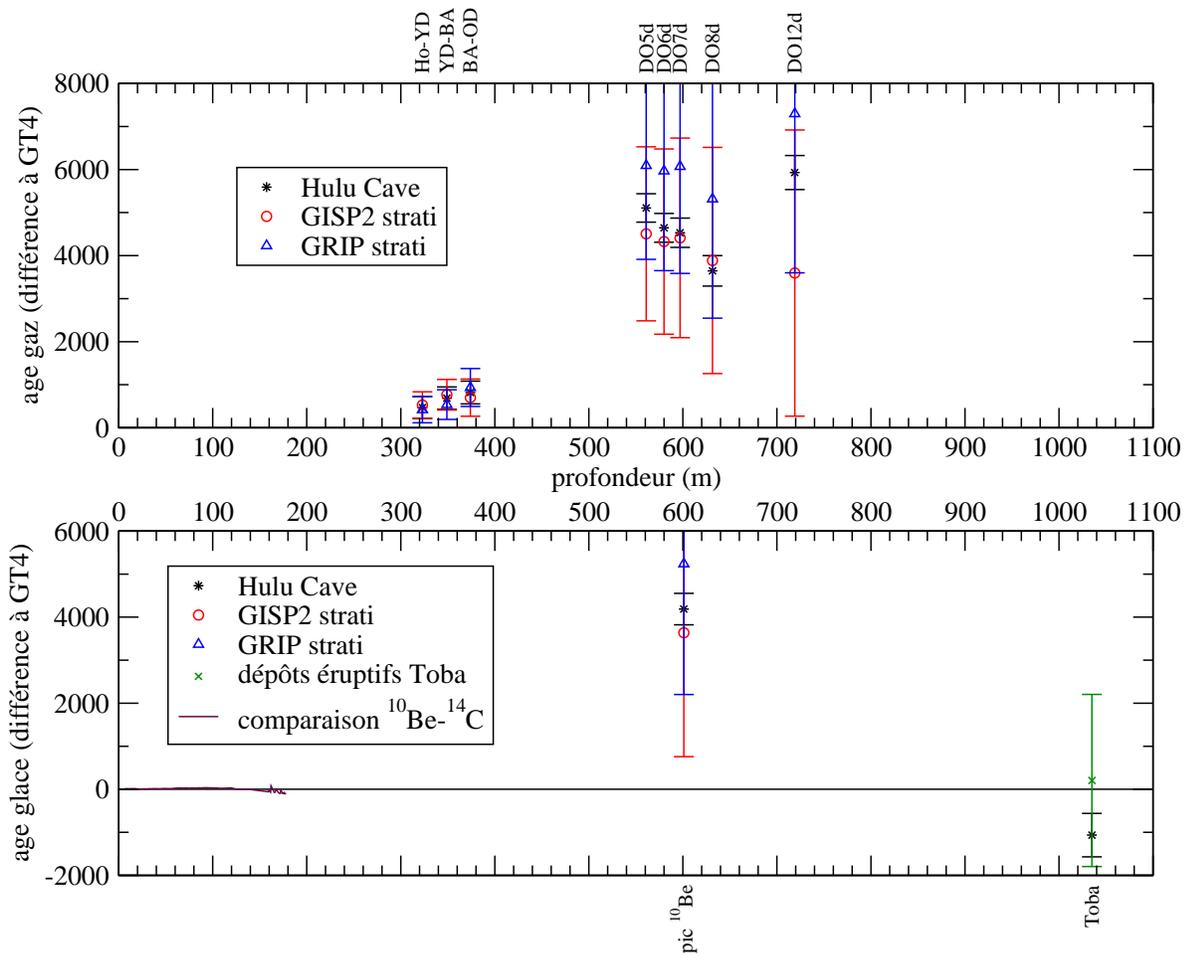
- Informations chronologiques par comparaison aux variations orbitales ;

<i>événement</i>	<i>Profondeur</i>	<i>Glace ou gaz</i>	<i>GISP2–strati</i>	<i>GRIP–strati</i>	<i>Hulu Cave</i>
Trans. Holocène–YD	323	Gaz	11610	11500	11550
Trans. YD–BA	349	Gaz	12850	12620	12770
Trans. BA–OD	374	Gaz	14630	14865	14750
DO5d	561	Gaz	32300	33885	32900
DO6d	580	Gaz	33600	35240	33920
DO7d	597	Gaz	35280	36940	35400
Pic <sup>10</sup> Be	601	Glace	40950	42550	41500
DO8d	631.5	Gaz	38380	39810	38140
DO12d	719	Gaz	45370	49070	47705
Toba (?)	1035	Glace			72730

**Tableau 4** Chronologies de GRIP, GISP2 (stratigraphiques) et Hulu Cave (U–Th) reportées sur Vostok grâce aux événements rapides de méthane, au pic de béryllium 10, et à l'éruption du Mont Toba.

- chronologies par comptage des couches de GRIP et GISP2 importées sur Vostok grâce aux variations rapides de méthane, et grâce au pic de béryllium 10 (cf. Tableau 4) ;
- chronologie U–Th d'Hulu Cave importée grâce aux variations rapides de méthane, au pic de béryllium 10 et à l'éruption du Toba (cf. Tableau 4) ;
- l'éruption du Toba datée grâce aux dépôts éruptifs à  $74\,000 \pm 2\,000$  ans ;
- la datation de l'Holocène par calage sur la dendrochronologie via le béryllium 10 ;
- l'identification de quatre éruptions dans les 30 premiers mètres du forage.

Nous avons récapitulé ces informations (excepté les informations orbitales) sur l'illustration IV.6.



**Illustration IV.6** Informations chronologiques disponibles pour la carotte de Vostok.

### ***IV.3. Dating the Vostok ice core by an inverse method [Parrenin et al., 2001]***

## **IV.4. Variation brutale de l'accumulation entre Ridge**

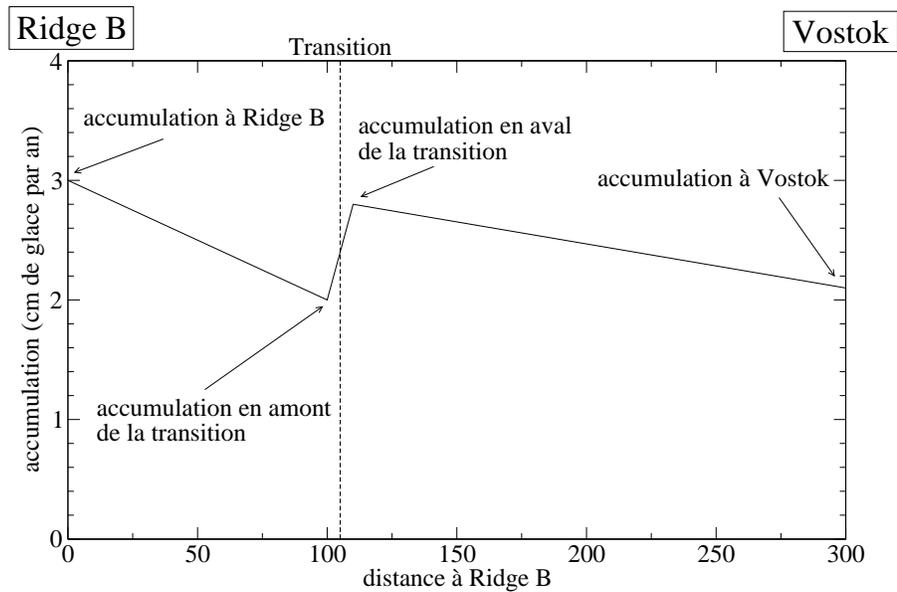
### **B et Vostok ou défaut du modèle d'amincissement ?**

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, le modèle d'accumulation–amincissement que nous avons utilisé n'est pas en accord avec les chronologies orbitales sur les 4 cycles : même en ajustant les paramètres méconnus de ce modèle, nous ne pouvons obtenir une datation glaciologique en accord avec les datations orbitales à moins de ~6000 ans près, la différence la plus importante se trouvant dans l'intervalle 2500–3000 m. Ce désaccord peut difficilement être imputable aux datations orbitales, car ces différentes datations, réalisées grâce à des enregistrements différents, et par des auteurs différents, montrent toutes le même désaccord avec le modèle glaciologique dans cet intervalle de profondeur. De plus, comme nous voyons que dans les cas de Dôme Fuji et Dôme C un bon accord entre datation glaciologique et datation orbitale est possible à 5 000 ans près, il devrait en être de même pour Vostok.

Il semble donc clair que le modèle de datation de Vostok doit être mis en cause dans cet intervalle de profondeur. Ce défaut du modèle provient soit de l'évaluation de l'accumulation, soit de l'évaluation de l'amincissement.

#### **IV.4.1. Modification de la paramétrisation de l'accumulation**

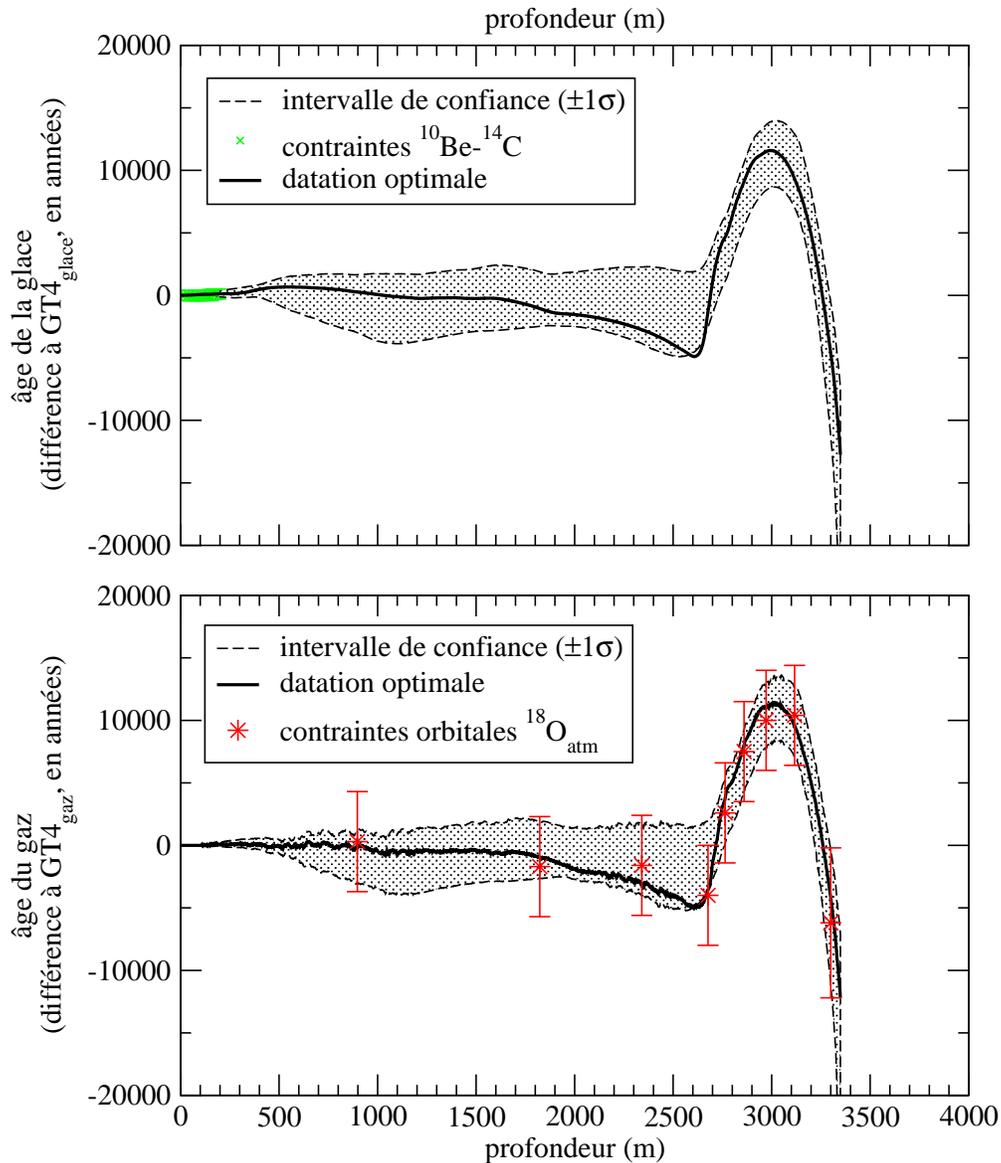
Nous nous sommes d'abord tournés vers l'évaluation de l'accumulation pour expliquer un « vieillissement » de la datation dans l'intervalle 2500–3000 m. Dans les expériences exposées dans la section précédente, la variation spatiale de l'accumulation en amont de Vostok est supposée régulière (du deuxième ordre). Pour vieillir la datation de la glace dans un intervalle donné, il suffit donc de supposer que l'accumulation décroît brusquement à environ 100 km de Ridge B, comme l'avait déjà remarqué C. Ritz [1992]. Cette hypothèse de régimes différents d'accumulation dans la région de Vostok et dans la région de Ridge B pourrait être confortée par un changement de caractéristique de l'excès en deutérium sur les 4 cycles de Vostok [Vimeux et al., 2001]. En effet, alors que la fréquence de 41 kans domine les deux derniers cycles climatiques, les deux précédents sont caractérisés par une fréquence à environ 100 kans. L'excès en deutérium étant entre autres un marqueur de l'origine des précipitations, l'hypothèse d'un changement d'origine des précipitations en amont de Vostok n'est pas aberrante.



**Illustration IV.7** Hypothèse utilisée pour les variations d'accumulation en amont de Vostok. L'accumulation varie linéairement dans les régions de Ridge B et de Vostok, et ces deux régions sont séparées par une transition abrupte.

Dans une nouvelle expérience inverse, nous avons donc supposé que les variations spatiales d'accumulation en amont de Vostok étaient linéaires en deux morceaux, séparés par une transition abrupte (voir Illustration V.5). 5 paramètres sont libres dans cette formulation : la position de la transition, et les accumulations à Vostok, à Ridge B, juste en amont de la transition et juste en aval de la transition.

Comme dans les expériences inverses exposées dans *Parrenin et al.* [2001], nous avons utilisé des informations chronologiques orbitales provenant de l'enregistrement d' $^{18}\text{O}_{\text{atm}}$ , ainsi que des informations chronologiques provenant de la datation de l'Holocène par la méthode  $^{14}\text{C}$ - $^{10}\text{Be}$  (cf. chapitre II).



**Illustration IV.8** Résultats de l'expérience inverse avec l'hypothèse de la variation discontinue d'accumulation en amont de Vostok.

Les résultats de cette expérience (cf. Illustration IV.8) montrent une datation optimale en bon accord avec les contraintes chronologiques orbitales tout au long des 4 cycles couverts par la carotte de Vostok. L'hypothèse d'une diminution brutale de l'accumulation en amont de Vostok liée à un changement de régime des précipitations est donc cohérente avec les informations chronologiques obtenues par calage orbital. Pour confirmer ce scénario, il faudrait cependant disposer :

- soit d'un indicateur de l'accumulation passée, comme le béryllium 10. Les mesures en cours sur Vostok n'ont malheureusement pas encore été publiées ;
- soit de mesures d'accumulation de surface sur la ligne d'écoulement Ridge B–Vostok. Une telle traverse n'a jamais été réalisée.

#### IV.4.2. Modification de la fonction d'amincissement

Nous avons cherché en vain différentes hypothèses pouvant modifier la fonction d'amincissement de cette partie du forage de sorte que la datation coïncide avec les datations orbitales :

- une modification de l'épaisseur de glace à Vostok. En effet, l'épaisseur de glace peut varier significativement dans une région donnée (comme c'est le cas dans la région de Dôme C), ce qui ne peut être pris en compte par notre modèle 2D d'écoulement. L'épaisseur de glace du modèle à Vostok est en fait une épaisseur moyenne dans la région de Vostok.
- une modification du profil du socle. La glace de l'intervalle 2500–3000 m provient de la région située à 50–100 km de Ridge B. Nous avons donc cherché à modifier le profil du socle à cet endroit de la ligne d'écoulement ;
- une modification des conditions basales dans cette même région.

Il conviendrait cependant d'utiliser de nouvelles données spatiales pour la ligne d'écoulement Ridge B – Vostok, à savoir :

- une topographie plus précise de la surface, par exemple celle obtenue à partir du satellite ERS–1 [Rémy *et al.*, 1999] ;
- une nouvelle évaluation de la ligne d'écoulement et de sa divergence, grâce à la nouvelle topographie de surface. En particulier, la longueur de cette ligne d'écoulement (~200 km) semble nettement inférieure à celle que nous avons utilisée (300 km) [Siegert and Kwok, 2000] ;
- un nouveau profil pour le socle entre Ridge B et Vostok. Il est clair que le profil de socle obtenu par échos radar sur la ligne d'écoulement Ridge B – Vostok [Siegert and Kwok, 2000] est assez différent de celui que nous avons utilisé.

## IV.5. Utilisation de contraintes sur le $\Delta$ -profondeur

### IV.5.1. Cadre général

Nous rappelons que le  $\Delta$ -profondeur est la différence entre la profondeur des bulles de gaz d'une carotte, et la profondeur de la glace qui a le même âge. Ce  $\Delta$ -profondeur correspond au névé au moment où le gaz a été emprisonné, compacté puis aminci à cause de son enfouissement. La quantité de neige présente dans ce névé (autrement dit la masse du névé) dépendant de l'accumulation et de la température de surface, il est inversement possible de déduire de l'évaluation du  $\Delta$ -profondeur une information sur l'accumulation et la température à l'époque où l'air a été piégé.

C'est l'idée utilisée par *Blunier et al.* [soumis, en annexe] dans le cas de Vostok en utilisant la corrélation avec Byrd, en faisant plusieurs tests en mode direct.

Les méthodes inverses permettent cependant d'estimer plus quantitativement les incertitudes. Dans un premier temps, il serait envisageable d'appliquer une méthode inverse seulement au modèle de névé. Cette démarche est limitée car :

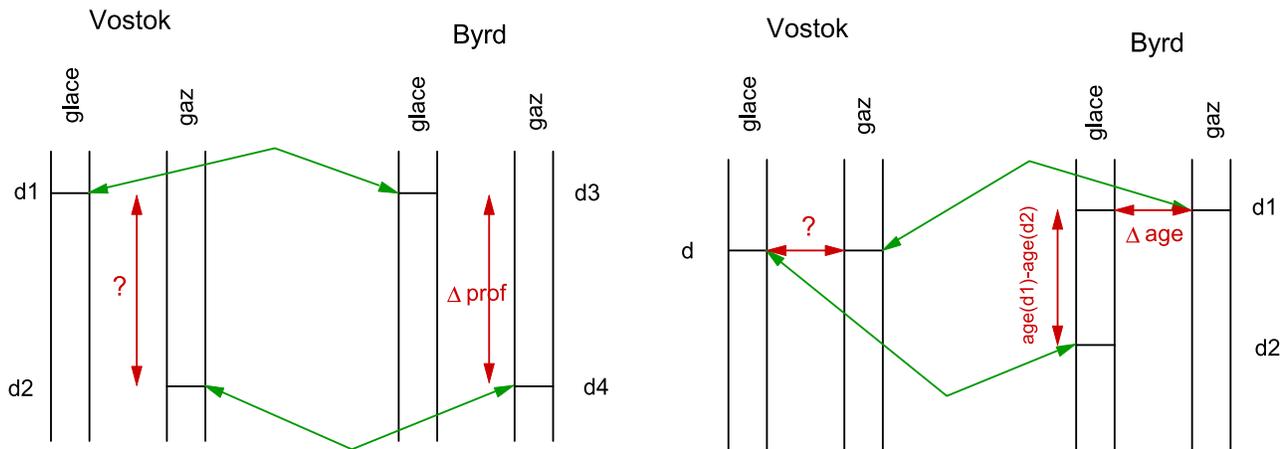
- le modèle de névé utilise une datation de la glace pour attribuer le forçage de température de surface et d'accumulation, ce forçage étant attribué à partir de la teneur isotopique de la glace, fonction de la profondeur. Il est donc nécessaire de prendre en compte l'incertitude sur la datation de la glace ;
- pour déduire du  $\Delta$ -profondeur une information sur le poids du névé, il faut connaître l'amincissement à la profondeur considéré. Il est donc important de prendre en compte l'incertitude associée à l'évaluation de l'amincissement ;
- la datation de la glace nécessite également une évaluation de l'accumulation. Pour plus de cohérence, il est donc préférable d'utiliser le même scénario d'accumulation pour le modèle de datation de la glace et pour le modèle de névé.

C'est pourquoi il nous paraît plus rigoureux d'appliquer une méthode inverse directement au modèle couplé datation de la glace – névé.

Des évaluations du  $\Delta$ -profondeur peuvent être obtenue de deux manières différentes :

- Les mesures isotopiques ( $^{15}\text{N}$  et  $^{40}\text{Ar}$ ) qui sont réalisées dans les bulles d'air permettent de localiser les changements importants de température de surface. Ces mêmes changements de

température peuvent être identifiés dans la glace ou l'oxygène 18, ce qui donne une évaluation directe du  $\Delta$ -profondeur.



**Illustration IV.9** Evaluation du  $\Delta$ -profondeur (à gauche) et du  $\Delta$ -âge (à droite) à partir de la corrélation d'enregistrements présents dans la glace et dans le gaz de deux forages différents. Nous avons pris l'exemple de Vostok comme site à faible accumulation et Byrd comme site à forte accumulation.

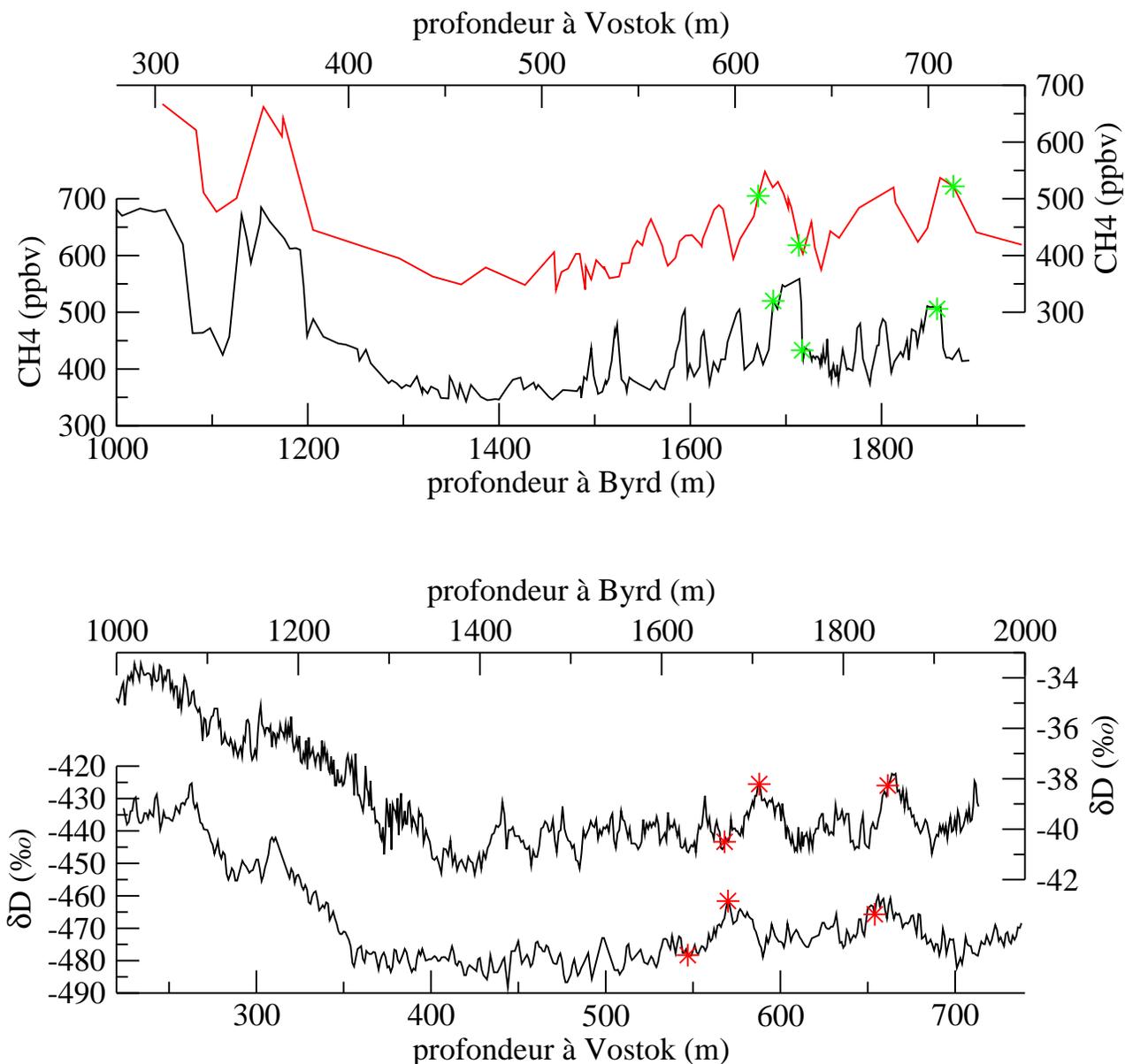
- La corrélation à un autre forage au travers de la glace et au travers du gaz (voir Illustration IV.7) permet également une évaluation de ce  $\Delta$ -profondeur. Pour cela, il faut évaluer le  $\Delta$ -âge d'un site à faible accumulation en le corrélant à un site à forte accumulation. Nous prendrons l'exemple des forages de Vostok et Byrd. Partant d'un événement marqué à une profondeur  $d_1$  dans la glace à Vostok, il faut d'abord déduire la profondeur  $d_3$  de la glace ayant le même âge à Byrd, grâce à la corrélation des isotopes par exemple. Ensuite, la profondeur  $d_4$  du gaz ayant le même âge à Byrd peut être évaluée à l'aide d'un modèle de névé. Si à cette profondeur un événement marquant dans le gaz permet une corrélation à Vostok, la profondeur  $d_2$  du gaz ayant le même âge peut être déterminée. Ainsi, les événements enregistrés à Vostok à la profondeur  $d_1$  dans la glace et  $d_2$  dans le gaz sont synchrones, ce qui permet une évaluation du  $\Delta$ -profondeur. Cette évaluation nécessite donc l'utilisation du modèle de névé à Byrd, ainsi qu'une datation de cette carotte. Mais le  $\Delta$ -âge à Byrd étant de l'ordre de 1000 ans maximum pendant les périodes glaciaires, l'incertitude sur l'évaluation du  $\Delta$ -profondeur à Vostok est beaucoup plus réduite qu'elle ne l'est à Byrd, à cause d'un  $\Delta$ -âge de l'ordre de 6000 ans pendant ces mêmes périodes. Par exemple, si l'erreur commise à Byrd est d'un facteur 2 sur le  $\Delta$ -profondeur (et donc 500 ans sur le  $\Delta$ -âge) l'erreur commise à Vostok n'est que d'un facteur  $6500/6000=1.08$ .

Il faut remarquer que pour cette deuxième technique, une méthode analogue consiste à évaluer le  $\Delta$ -âge à la place du  $\Delta$ -profondeur. Nous jugeons que cette méthode est moins performante, car elle induit une erreur plus importante sur le  $\Delta$ -âge à Vostok. En effet, si l'erreur commise sur l'épaisseur des couches annuelles à Byrd est d'un facteur 2, alors l'évaluation du  $\Delta$ -âge à Vostok sera également entachée à peu près d'un facteur 2 ! Cette deuxième technique est donc trop dépendante de l'épaisseur des couches utilisée pour Byrd. Cependant, il faut noter que le  $\Delta$ -profondeur à Vostok dépend des conditions de température et d'accumulation du paléo-névé, mais également de l'amincissement. L'évaluation du  $\Delta$ -profondeur ne s'affranchit donc pas du problème de l'incertitude sur l'amincissement à Vostok, comme le fait l'évaluation du  $\Delta$ -âge.

## IV.5.2. Application à Vostok

A Vostok, nous avons cherché à affiner l'étude relativement qualitative et en mode direct de *Blunier et al.* [soumis], qui suggère que l'estimation du changement de température grâce à la relation spatiale est cohérente avec la corrélation entre Byrd et Vostok. Les deux méthodes d'évaluation du  $\Delta$ -profondeur décrites précédemment peuvent être utilisées :

- les anomalies gravitationnelles des transitions 5d-5c et 8-7 ont été mesurées grâce à l'argon 40 et à l'azote 15 [*Caillon et al.*, 2001, en annexe ; *Caillon et al.*, en préparation] ;
- la corrélation à Byrd via le méthane pour le gaz et l'isotope pour la glace permet d'obtenir 3 évaluations du  $\Delta$ -profondeur vers 700 m (voir Illustration IV.5).



**Illustration IV.10** Détermination de 3 événements synchrones enregistrés dans le gaz et dans la glace de Byrd et de Vostok.

Les valeurs déduites du  $\Delta$ -profondeur sont récapitulées dans le Tableau 5. Nous avons effectué plusieurs expériences inverses, mais nous n'avons pas trouvé de scénario capable de faire coïncider les valeurs de  $\Delta$ prof calculées par notre modèle avec celles évaluées indépendamment. En effet, le  $\Delta$ prof à 1566 m (63 m) est à peu près égal aux 3 évaluations autour de 700 m (60–65 m), alors que l'amincissement est plus fort, et que l'isotope est sensiblement équivalent (donc la température et l'accumulation, si l'on suppose qu'il existe une relation univoque entre ces quantités). Une compréhension qualitative de ce problème serait donc nécessaire avant l'utilisation de ces

estimations du  $\Delta$ -profondeur.

	<i>Byrd</i>	<i>Byrd</i>	<i>Byrd</i>	<sup>15</sup> N et <sup>40</sup> Ar (5d-5c)	<sup>15</sup> N et <sup>40</sup> Ar (8-7)	<sup>15</sup> N et <sup>40</sup> Ar (8-7)
Prof. Glace (m)	547	570	654	1503	2754.4	1782
Prof. Gaz (m)	612	733	712.9	1566	2775	2802
$\Delta$ prof (m)	65	64.4	60.1	63	20.6	20
Incertitude (m)	4	4	4	3	1.5	1.5

**Tableau 5** Évaluations du  $\Delta$ -profondeur à Vostok par corrélation à Byrd (3 première colonnes) ou grâce aux mesures isotopiques dans les bulles de gaz (3 dernières colonnes).

## **IV.6. Conclusions et perspectives**

Dans ce chapitre, nous avons essayé de récapituler toutes les informations chronologiques disponibles pour le forage de Vostok. L'application de la méthode inverse à la datation de ce forage a mis en évidence un problème du modèle de datation vers 2500–3000 m de profondeur. Ce problème semble dû :

- soit à une discontinuité dans l'accumulation en amont de Vostok ;
- soit à un défaut de notre modèle d'amincissement.

Concernant l'accumulation, des estimations indépendantes seraient nécessaires, par exemple au travers du béryllium 10. De plus, pour obtenir une datation réaliste, nous ne pourrions nous affranchir des variations spatiales d'accumulation en amont de Vostok, et des mesures de terrains semblent nécessaires.

Concernant l'amincissement, l'utilisation de nouvelles données de topographie de surface et de socle concernant la ligne d'écoulement Ridge B – Vostok pourront peut-être résoudre ce problème.

Nous avons de plus mis en évidence l'incompatibilité du modèle de datation avec les chronologies par comptage des couches (GRIP et GISP2) lors du glaciaire (vers 30–40 ans). Ces datations stratigraphiques ayant récemment été confirmées par des datations U–Th de spéléothèmes,

il semble que cette incompatibilité soit imputable à notre modèle. Ceci pourrait être dû :

- également à une mauvaise prise en compte de la ligne d'écoulement Ridge B – Vostok ;
- ou au fait que nous avons déduit les accumulations de la relation de pression de vapeur saturante.

De même, les déphasages entre l'oxygène 18 de l'air et l'insolation simulés par le modèle sont certainement imputables aux défauts précités.

Dans un premier temps, il paraît donc nécessaire d'utiliser de nouvelles données topographiques en amont de Vostok. Mais ne pouvant s'affranchir de certains problèmes, comme la variation spatiale d'accumulation en amont de Vostok, ce forage ne paraît pas le plus adéquat pour établir une chronologie précise et pour interpréter des évaluations du  $\Delta$ -profondeur. Nous suggérons donc l'examen préalable de ces problèmes sur les carottes de Dôme C et Dôme Fuji.

# Chapitre V : Application à Dôme Fuji

## V.1. Introduction

Dôme Fuji est situé en Antarctique de l'Est (77°19'01"S, 39°42'12"E), à une altitude de 3810 m. L'épaisseur de glace est de 3028 m. La température et l'accumulation de surface sont de l'ordre de -58°C et 3.1 cm / an [Watanabe *et al.*, 1999]. Le forage à Dôme Fuji est un projet japonais et a été réalisé de 1993 à 1997. La profondeur finale est de 2503 m, le carottier s'étant coincé à cette profondeur. Cela correspond à peu près à 340 000 ans d'archives climatiques.

Dans ce chapitre, nous allons étudier la chronologie du forage situé à Dôme Fuji, notamment grâce au modèle de datation glaciologique et à la méthode inverse. Devant les difficultés de la datation glaciologique de Vostok, liées au fait que ce dernier n'est pas situé sur un dôme, nous avons cherché à appliquer notre méthode au forage à Dôme Fuji, le seul forage (à l'époque) situé sur un dôme et présentant plusieurs cycles climatiques. Ceci a été possible grâce à une collaboration avec nos collègues japonais, que nous tenons à remercier ici.

Nos objectifs pour ce travail sur Dôme Fuji ont été :

- examiner les différentes contraintes chronologiques qui existent concernant ce forage ;
- tester glaciologiquement l'hypothèse
  - d'un déphasage constant entre variation d'insolation et variation de température antarctique,
  - ou de déphasages variables avec des interglaciaires très longs comme le suggère l'enregistrement de Devils Hole (voir introduction et chapitre II) ;
- obtenir une datation glaciologique « optimale » pour le forage.

## V.2. Données sur le forage

La température à 10 m de profondeur est de -58°C, l'accumulation de surface est d'environ 3.11 cm de glace / an, la teneur isotopique de la neige de surface est de 54.1 ‰ en oxygène 18 [Watanabe *et al.*, 1999].

Comme expliqué dans la section I.2, le signal climatique, c'est à dire la température et l'accumulation, sera tiré de la composition en isotope stable de la glace. A Dôme Fuji, c'est

l'oxygène 18 qui a été mesuré [Watanabe *et al.*, 1999].

Des relations empiriques ont été établies entre composition isotopique, température de surface (mesurée à 10 m de profondeur dans le névé) et accumulation grâce à une traverse de la côte jusqu'au site de forage [Watanabe *et al.*, 1999] :

$$T_{10} = 0.852(\delta^{18}O - 54.1) - 58 \quad (\delta^{18}O \text{ en } \text{‰}, T_{10} \text{ en } ^\circ\text{K}), \quad (\text{V.1})$$

$$A = 3.11 \exp(0.0713(\delta^{18}O + 54.1)) \quad (\delta^{18}O \text{ en } \text{‰}, A \text{ en cm de glace / an}). \quad (\text{V.2})$$

Notons que le rapport entre variation isotopique et variation de température de surface (0.852 ‰ / °C en <sup>18</sup>O) est près de 13% plus important que le rapport utilisé classiquement (6.04 ‰ / °C en deutérium, soit 0.755 ‰ / °C en <sup>18</sup>O).

### V.3. Informations chronologiques

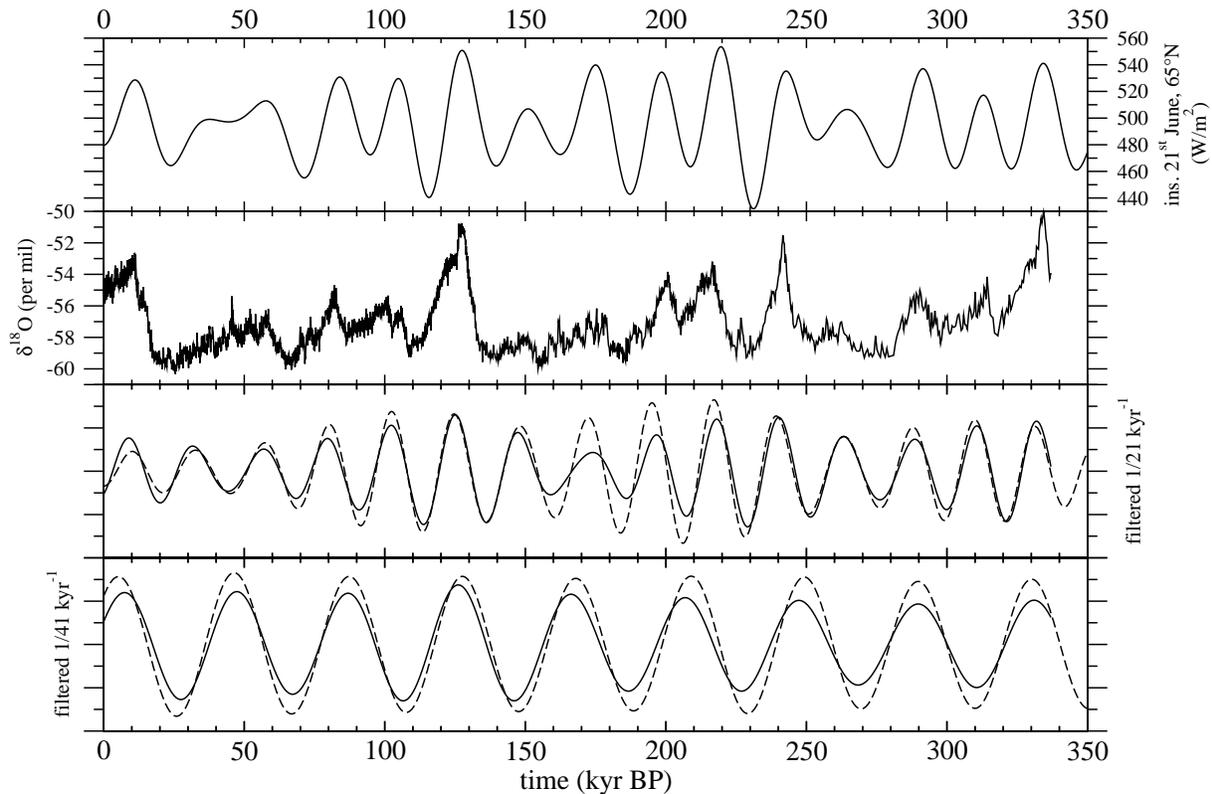
#### V.3.1. Calage sur les variations orbitales

<i>Profondeur</i>	<i>âge</i>
1050	60500
1323	84700
1547	106200
1802	130700
2030	178900
2125	201800
2207	220800
2288	243700
2394	293500
2449	315400
2500	337000

**Tableau 6** 11 Points de contrôle obtenus par calage orbital sur l'oxygène 18 de la glace du forage Dôme Fuji.

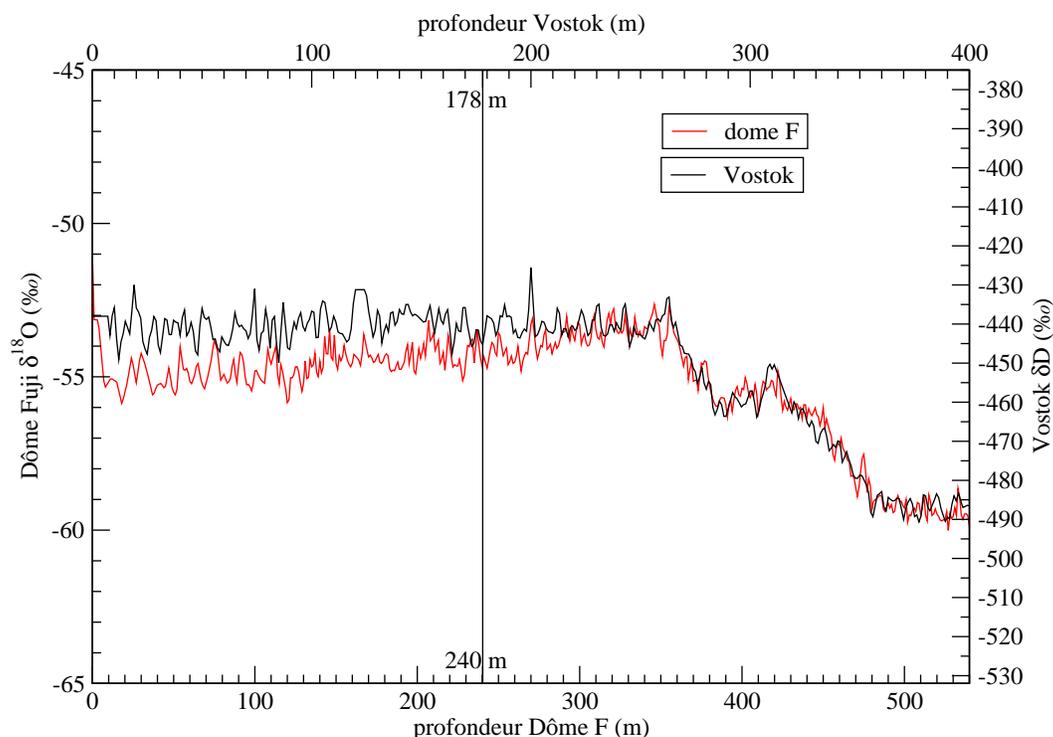
Comme pour Vostok [Parrenin *et al.*, 2001], nous avons réalisé un calage orbital sur l'isotope

(oxygène 18) du forage de Dôme Fuji, en partant d'une datation préliminaire de la carotte, et en ajustant les enregistrements filtrés dans les fréquences orbitales. Pour cela, nous avons supposé un déphasage de 3 kans entre l'insolation du 21 juin à 65°N et l'isotope de Dôme F. Nous avons ainsi obtenu 11 points de calage qui sont récapitulés dans le Tableau 6. La méthode étant peu précise sur les bords de l'enregistrement, nous avons utilisé un point de calage au fond du forage par corrélation à l'isotope de Vostok, lui-même daté par calage orbital. Nous appellerons cette chronologie orbitale DF-OTT<sub>deut1</sub> (Dôme Fuji Orbital Tuning Timescale on deutérium n°1). Rappelons que l'incertitude inhérente à ce genre de datations est de plusieurs milliers, cette incertitude provenant de l'hypothèse d'un déphasage constant entre l'enregistrement et les variations d'insolation et au calcul du déphasage moyen.



**Illustration V.1** Calage orbital de Dôme Fuji en utilisant le signal isotopique de la glace. De haut en bas. insolation du 21 juin à 65°N. Oxygène 18 de la glace. Oxygène 18 (trait plein) et insolation (21 juin, 65°N) filtrés à 21 kans. Idem avec filtrage à 41 kans.

### V.3.2. Utilisation de la datation $^{14}\text{C}$ - $^{10}\text{Be}$ des 7000 dernières années à Vostok

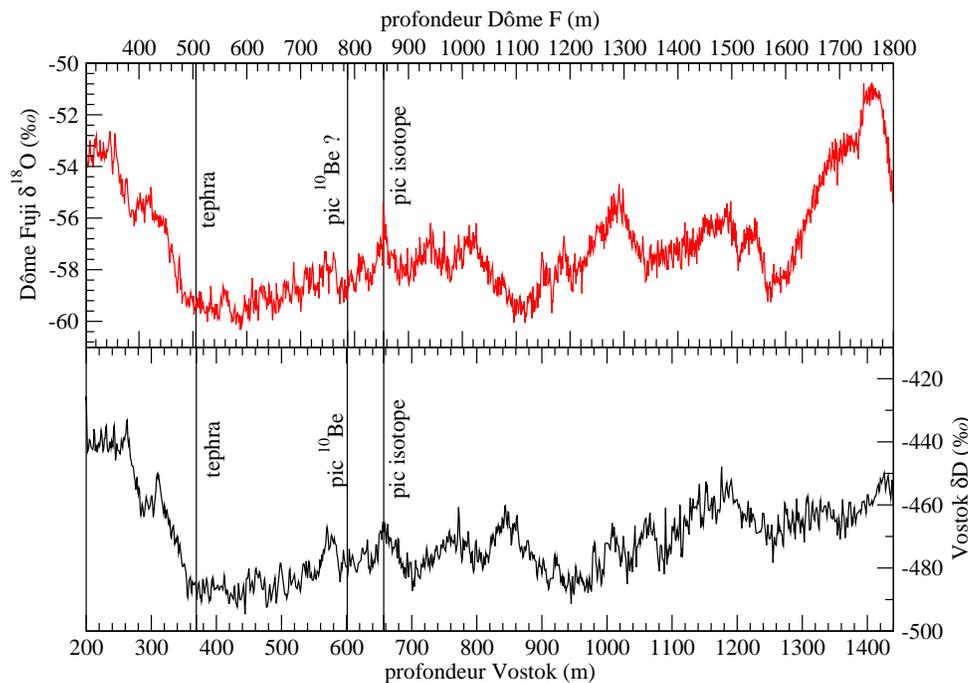


**Illustration V.2** Comparaison des isotopes de Vostok et Dôme Fuji, sur l’Holocène et la dernière déglaciation. Le rapport entre les profondeurs de Dôme Fuji et celles de Vostok est de 540/400. Ainsi, le point à 178 m à Vostok daté par la méthode  $^{14}\text{C}$ - $^{10}\text{Be}$  correspond au point à 240 m à Dôme Fuji.

La corrélation entre l’isotope de Vostok et celui de Dôme Fuji étant flagrante [Watanabe *et al.*, soumis], certaines informations chronologiques disponibles sur Vostok peuvent être importées sur Dôme Fuji. C’est le cas de la chronologie des 7000 dernières années à Vostok obtenue par la méthode  $^{14}\text{C}$ - $^{10}\text{Be}$  (voir chapitre II). Pour ce faire, nous avons calé les isotopes de Vostok et de Dôme Fuji (Illustration V.2) lors de la dernière déglaciation. Nous obtenons ainsi un rapport de  $540/400=1.35\pm 0.01$  ( $1\sigma$ ) pour cette partie du forage entre les profondeurs à Dôme Fuji et les

profondeurs à Vostok. Ainsi, le dernier point daté à Vostok (178 m) par la méthode  $^{14}\text{C}$ - $^{10}\text{Be}$  à 7179 ans correspond à la profondeur  $240.3 \pm 2.5$  m à Dôme Fuji. Étant donnée l'épaisseur des couches annuelles dans cette partie du forage ( $\sim 2.9$  cm/an), l'incertitude ( $1\sigma$ ) sur la correspondance en âge est d'environ 90 ans.

### V.3.3. Utilisation de la datation du pic de béryllium 10



**Illustration V.3** Correspondance des profondeurs à Vostok et Dôme Fuji dans un intervalle encadrant la position du pic de béryllium 10. Deux couches de cendres provenant de la même éruption ont été retrouvées à Vostok (369.2 sur 3G) et Dôme Fuji (505.8 m). Deux pics isotopiques (854 m à Dôme Fuji, 657 m à Vostok) vers 45 ans peuvent également être comparés. La profondeur déduite du pic de béryllium 10 à Dôme Fuji est  $786 \pm 5$  m ( $1\sigma$ ).

De la même manière, on peut tirer partie de la datation du pic de béryllium 10 présent à 601 m à Vostok. La corrélation des enregistrements isotopiques de Vostok et Dôme Fuji n'est pas directe dans cet intervalle de profondeur. Toutefois, le pic présent à 854 m à Dôme Fuji correspond au pic présent à 657 m à Vostok [Watanabe *et al.*, soumis]. De plus, une couche de cendre présente à 369.2

m dans la carotte 3G de Vostok [Basile *et al.*, 1997] a probablement été retrouvée à la profondeur de 505.80 m à Dôme Fuji [Fujii *et al.*, 1999], comme en témoigne la ressemblance des isotopes. Par interpolation linéaire sur les profondeurs, nous en déduisons une profondeur de 786 m du pic de  $^{10}\text{Be}$  dans la carotte de Dôme Fuji. Nous évaluons l'incertitude ( $1\sigma$ ) sur cette profondeur à 5 m, en prenant en compte l'incertitude sur la comparaison des pics isotopiques ( $\sim 2$  m), l'incertitude sur la correspondance entre profondeur 3G et profondeur 5G à Vostok ( $\sim 4$  m à Vostok soit  $\sim 5.5$  m à Dôme Fuji) et l'incertitude sur l'interpolation effectuée ( $\sim 4$  m). Étant donnée l'épaisseur des couches annuelles dans cette partie de la carotte de Dôme Fuji ( $\sim 2$  cm de glace / an), l'incertitude déduite sur l'âge est  $\sim 250$  ans.

Comme nous l'avons vu dans le chapitre II, le pic de béryllium 10 peut être daté grâce aux datations stratigraphiques de GRIP et GISP2, ou grâce aux datations U–Th des enregistrements d'Hulu Cave et de la grotte de Villars. Étant donnée l'incertitude sur l'identification du GIS dont nous avons parlé au chapitre II, nous supposons qu'en tout l'incertitude sur l'âge de ce pic à Dôme Fuji est de 1500 ans.

### **V.3.4. Utilisation de la chronologie de Devils Hole**

Comme expliqué dans la section II.2.4.2, la comparaison des enregistrements isotopiques de Devils Hole et de Dôme Fuji nous permet d'obtenir 8 points datés à Dôme Fuji.

## **V.4. Incompatibilité de la chronologie glaciologique de Dôme Fuji avec la chronologie de Devils Hole**

Utilisant la méthode inverse décrite précédemment, nous avons voulu tirer parti des informations chronologiques disponibles pour le forage de Dôme Fuji pour optimiser la datation glaciologique de ce forage.

Le modèle d'amincissement utilisé est celui d'un dôme décrit dans la section I.4.3.3. Nous avons négligé les variations d'altitude de la surface et du socle. Les paramètres à prendre en compte dans ce modèle sont donc :

- la fonte  $\dot{f}$  à la base de la calotte, que nous avons supposée constante tout au long de la période de temps étudiée. Nous avons imposé que  $\dot{f} \geq 0$ , c'est-à-dire qu'il y a éventuellement fonte

mais pas regel ;

- le paramètre  $m$  du profil de vitesse. Nous avons là aussi imposé que  $m > 0$ , car  $m = 0$  (profil parabolique) correspond à une nappe de glace isotherme [Raymond, 1983], ce qui donne la limite maximum pour le taux de déformation dans le haut du glacier. En effet, les températures plus chaudes dans le bas de la calotte favorisent les déformations dans cette zone.

Concernant le signal climatique, nous avons déduit la température passée de la concentration isotopique en oxygène 18 grâce à la relation spatiale. En effet, de nombreuses études suggèrent que pour l'Antarctique, cette hypothèse est vraie à une bonne approximation [Jouzel *et al.*, soumis]. De plus, nos contraintes chronologiques étant relatives à la glace uniquement, il était vain de vouloir reconstruire les changements passés de température et d'accumulation simultanément. Étant donnée la température de surface de  $-58^\circ\text{C}$  et la composition isotopique de surface de  $-54.1\text{‰}$  [Watanabe *et al.*, 1999], nous avons donc déduit le changement de température d'après la relation :

$$T_s = -58 + 8/6.04 \times (\delta^{18}\text{O} - 54.1) \quad (T_s \text{ en } ^\circ\text{C}, \delta^{18}\text{O} \text{ en } \text{‰}). \quad (\text{V.3})$$

Le signal isotopique n'étant disponible que jusqu'à 2503 m, nous l'avons prolongé, comme nous le ferons dans le cas de Dôme C, par le signal de Vostok daté par calage orbital, puis par la température antarctique simulée par le deuxième modèle conceptuel à partir de 422 ans (voir chapitre VII). Pour cela, nous avons utilisé la relation suivante entre l'isotope de Dôme Fuji et celui de Vostok :

$$\delta^{18}\text{O}_{DF} = 20/157 \times (\delta D_{VK} + 532) - 65 \quad (\delta^{18}\text{O}_{DF} \text{ et } \delta D_{VK} \text{ en } \text{‰}), \quad (\text{V.4})$$

Concernant l'accumulation, nous avons supposé qu'elle dépend de la température d'inversion via la relation I.7. La température d'inversion est elle-même déduite de la température de surface grâce à la relation empirique I.5. Les deux paramètres à prendre en compte sont donc l'accumulation à la température de référence (nous avons choisi  $-58^\circ\text{C}$  comme température de référence au sol) et le paramètre  $\beta$  qui, grossièrement, évalue l'amplitude du changement d'accumulation glaciaire-interglaciaire.

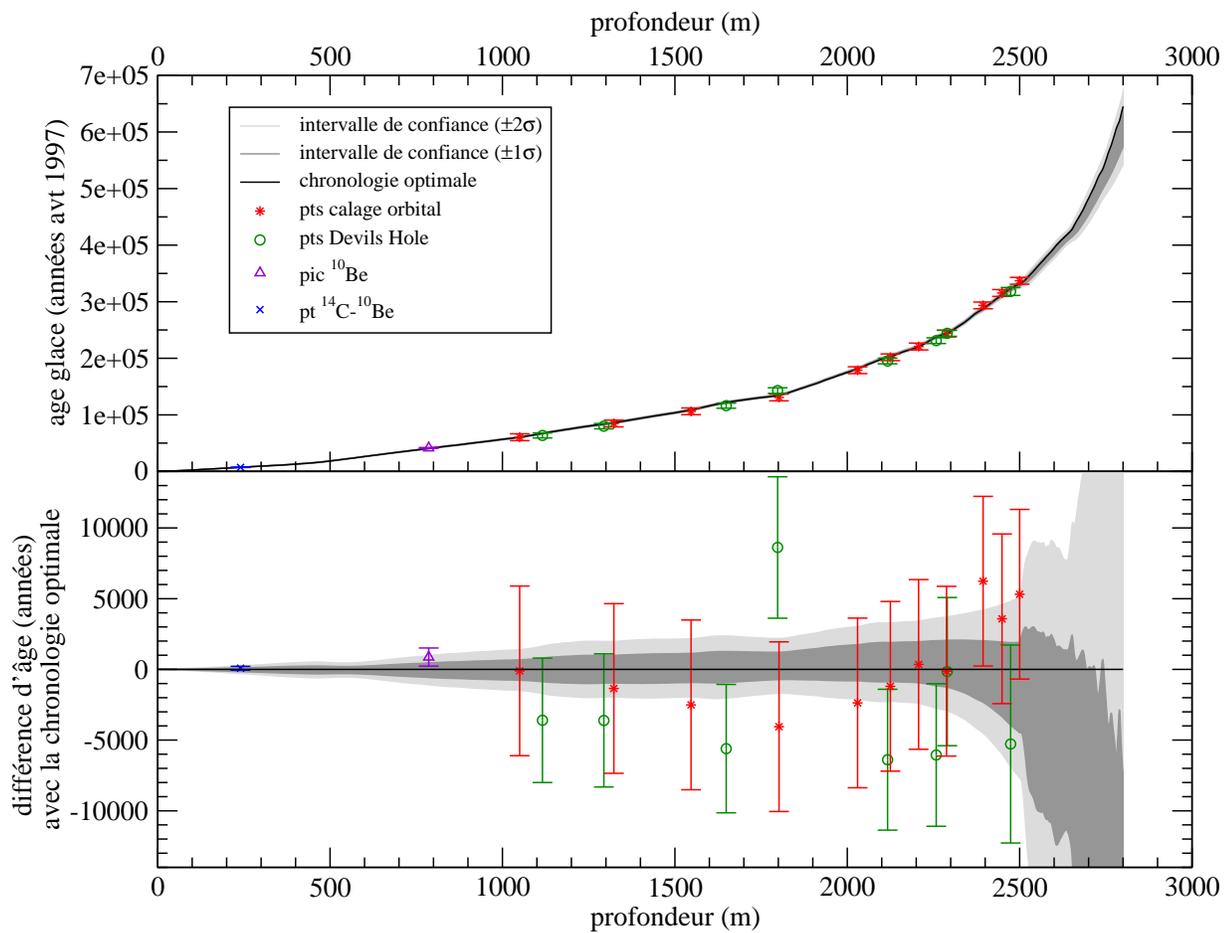
<i>Profondeur</i>	<i>Âge (kans)</i>	<i>Incertitude (1<math>\sigma</math>)</i>	<i>Profondeur</i>	<i>Âge (kans)</i>	<i>Incertitude (1<math>\sigma</math>)</i>
240.3	7.18	0.135	2449	315.4	6
786	41	1.5	2500	337	6
1050	60.5	6	1116	63.6	4.4
1323	84.7	6	1294	80	4.71
1547	106.2	6	1649	116.2	4.54
1802	130.7	6	1798	142.9	5
2030	178.9	6	2117	195.2	4.98
2125	201.8	6	2258	231.2	5.04
2207	220.8	6	2290	244.2	5.24
2288	243.7	6	2474	318.1	7
2394	293.5	6			

**Tableau 7** Informations chronologiques utilisées pour la première expérience inverse.

Les informations chronologiques utilisées, décrites dans les sections précédentes, sont récapitulées dans le Tableau 7. Concernant les barres d'erreur sur la corrélation à Devils Hole, nous avons supposé qu'elles étaient égales ( $1\sigma$ ) à 4 kans. Les points de calage orbitaux, quant à eux, sont supposés avoir une barre d'erreur ( $1\sigma$ ) de 6000 ans. Étant donné l'incertitude qui subsiste concernant l'identification du pic de béryllium 10 dans les enregistrements issus des spéléothèmes, nous avons supposé que ce pic était daté à  $41\,000 \pm 1500$  ans

Dans cette expérience inverse, nous avons considéré que tous les paramètres étaient cartésiens. 1000 essais ont été effectués en mode « marche aléatoire », puis 4000 essais en « mode marche forcée ». La répétition de l'expérience nous a permis de constater la convergence suffisante de l'algorithme.

La chronologie optimale alors obtenue (Illustration V.4) montre un accord globalement bon avec les contraintes chronologiques, à l'exception de celles dérivées de l'enregistrement de Devils Hole. La chronologie optimale est en effet plusieurs fois en-dehors des intervalles de confiance ( $\pm 1\sigma$ ) déterminés pour cette chronologie. Par exemple, la durée du stade 5.5 à partir de l'enregistrement de Devils Hole est environ 15 kans plus grande que celle de la chronologie



**Illustration V.4** Résultats de la première expérience inverse. **En haut**, résultat de l'expérience inverse (chronologie optimale, intervalles de confiance  $\pm 1\sigma$  et  $\pm 2\sigma$ ) et informations chronologiques utilisées. **En bas**, même chose exprimé en différence avec la chronologie optimale.

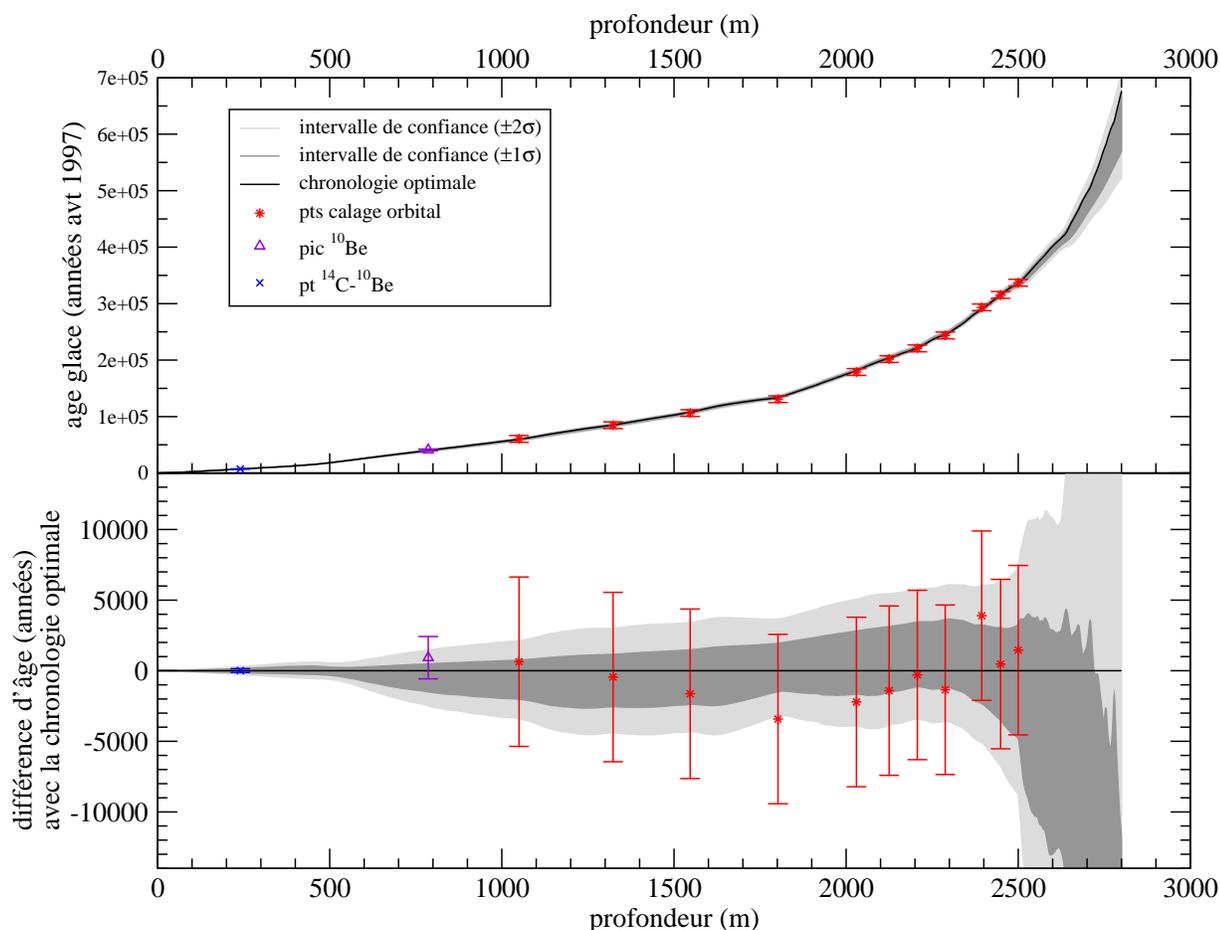
optimale.

Ce résultat confirme l'idée que Devils Hole n'est pas un signal global et qu'il ne peut être comparé à la température antarctique, contrairement à ce qui a été proposé [Landwehr *et al.*, 2001]. L'idée d'un signal local à Devils Hole a déjà été émise par Herbert *et al.* [2001] à partir de l'analyse d'une carotte océanique située au large de la Californie. La température de surface de cette région aurait en effet commencé à croître bien avant le début des glaciations, à cause d'une modification de la circulation atmosphérique liée à la croissance de la calotte Laurentide.

## **V.5. Confirmation de la chronologie orbitale à Dôme**

### ***Fuji***

Les remarques sur la chronologie de Devils Hole nous amènent à la conclusion qu'une estimation de 4 kans pour l'incertitude de la corrélation entre Devils Hole et un enregistrement isotopique de l'Antarctique est trop faible. Les contraintes chronologiques liées à Devils Hole peuvent donc biaiser notre chronologie optimale. Dans une deuxième expérience inverse, nous avons donc choisi d'éliminer ces contraintes chronologiques, et de ne garder que celles liées à la datation  $^{14}\text{C}$ - $^{10}\text{Be}$  de l'Holocène à Vostok, à la datation du pic de béryllium 10, et au calage orbital.

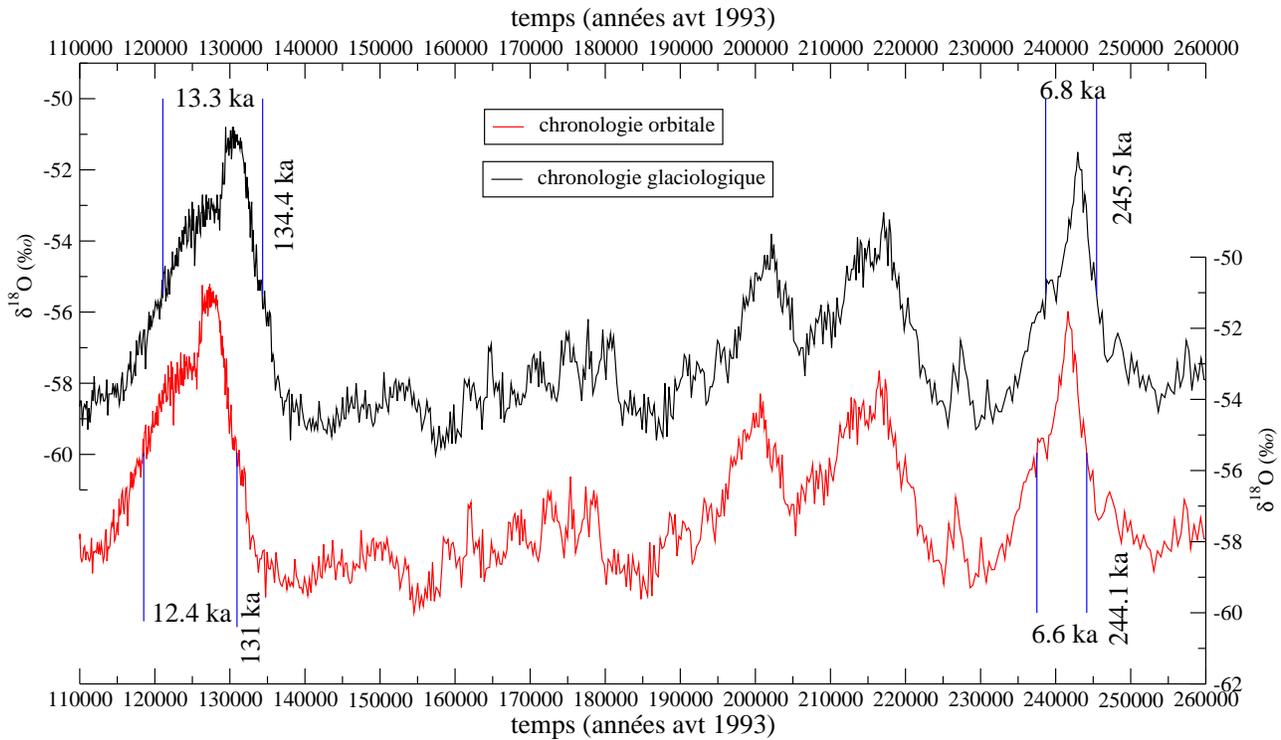


**Illustration V.5** Résultats de la deuxième expérience inverse. **En haut**, résultat de l'expérience inverse (chronologie optimale, intervalles de confiance  $\pm 1\sigma$  et  $\pm 2\sigma$ ) et informations chronologiques utilisées. **En bas**, même chose exprimée en différence avec la chronologie optimale.

La chronologie optimale obtenue (DF-FGT1, Dome Fuji Federative Glaciological Timescale n°1) dans cette deuxième expérience (Illustration V.5) est peu différente de celle de la première, et elle passe dans les intervalles de confiance ( $\pm 1\sigma$ ) de toutes les informations a priori. Ce résultat est en lui-même important, car il montre que, contrairement au cas de Vostok, le modèle peut produire une datation glaciologique réaliste tout au long des 3 cycles de Dôme Fuji. Le modèle de datation à un dôme est en effet soumis à moins d'incertitude que lorsqu'il s'applique le long d'une ligne d'écoulement. Ce résultat suggère aussi que le dôme s'est peu déplacé au cours du temps, car sinon un bon accord ne pourrait peut-être pas être trouvé avec un modèle aussi simple.

L'intervalle de confiance ( $2\sigma$ ) de cette datation croît régulièrement. Il vaut 280 ans à 7000 ans,

580 ans à 15 000 ans, 2000 ans à 40 000 ans, ~3 900 ans à 100 000 ans, ~4 700 ans à 200 000 ans et ~8 000 ans au fond du forage (~333 000 ans). Il est important de noter que cet intervalle de confiance ne prend en compte que les paramètres libres de notre modélisation : c'est l'intervalle de confiance si l'on suppose que notre modèle est parfait. En pratique, il est bien sûr difficile d'évaluer les incertitudes liées à la modélisation, c'est à dire les phénomènes que nos équations ne prennent pas en compte.

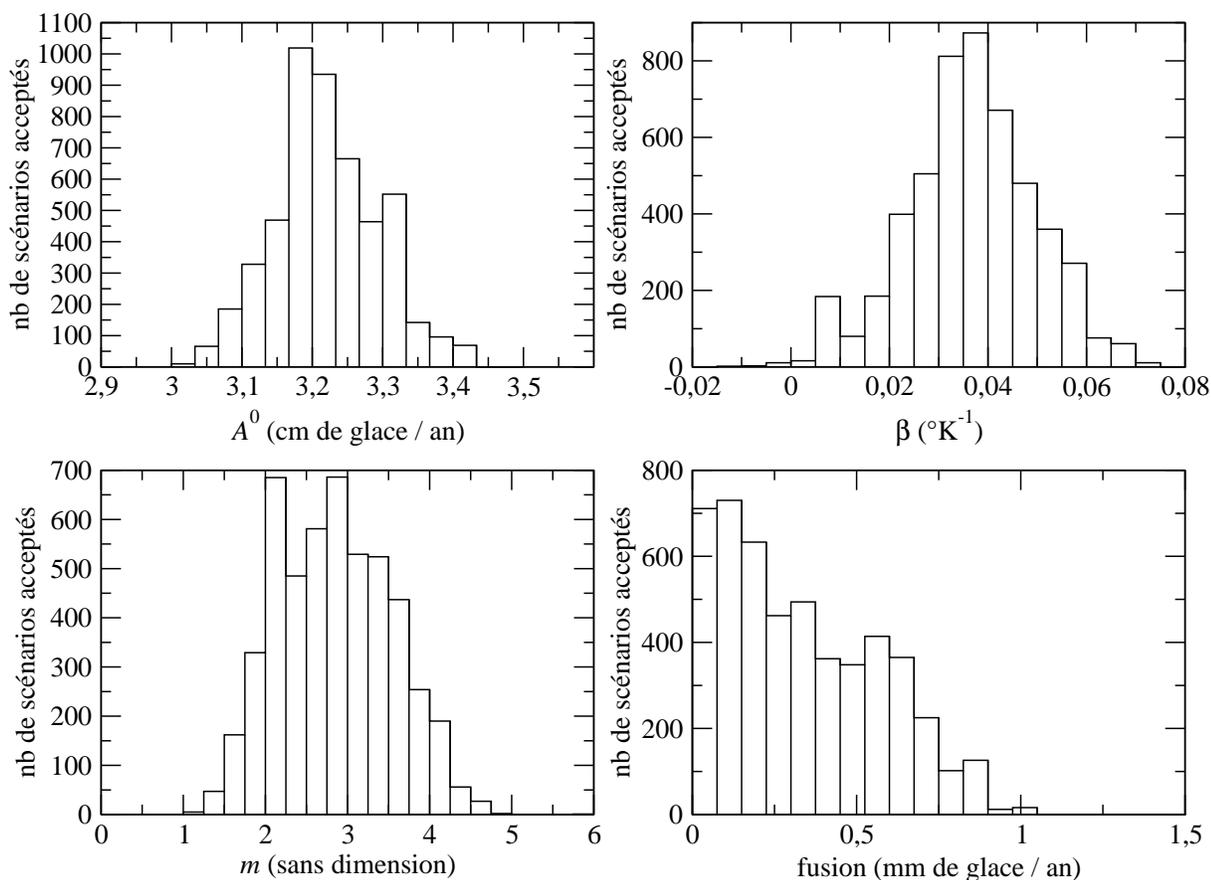


**Illustration V.6** Durée des stades interglaciaires 5.5 et 7.5 évaluées par la chronologie glaciologique FGT1 (en haut) ou par la chronologie orbitale OTT<sub>deut1</sub> (en bas).

La différence entre FGT1 et les contraintes chronologiques orbitales montre des variations régulières. En d'autres termes, la durée des stades climatiques évaluée par la datation orbitale est très proche de la durée des événements évaluée par FGT1. Ainsi, les durées des stades 5.5 et 7.5 (évaluées de manière similaire à *Landwehr et al.* [2001] grâce à la valeur  $-55.5$  ‰) sont évaluées respectivement à 13.3 et 6.8 kans par FGT1 et à 12.4 et 6.6 kans par OTT<sub>deut1</sub> (voir Illustration V.6).

La différence entre FGT1 et OTT<sub>deut1</sub> (voir la différence entre les contraintes orbitales et la datation optimale sur l'illustration V.5) décroît tout d'abord jusqu'à environ  $-3400$  ans (1800 m), puis elle croît jusqu'à plusieurs milliers d'années à la fin du forage. Les variations de cette

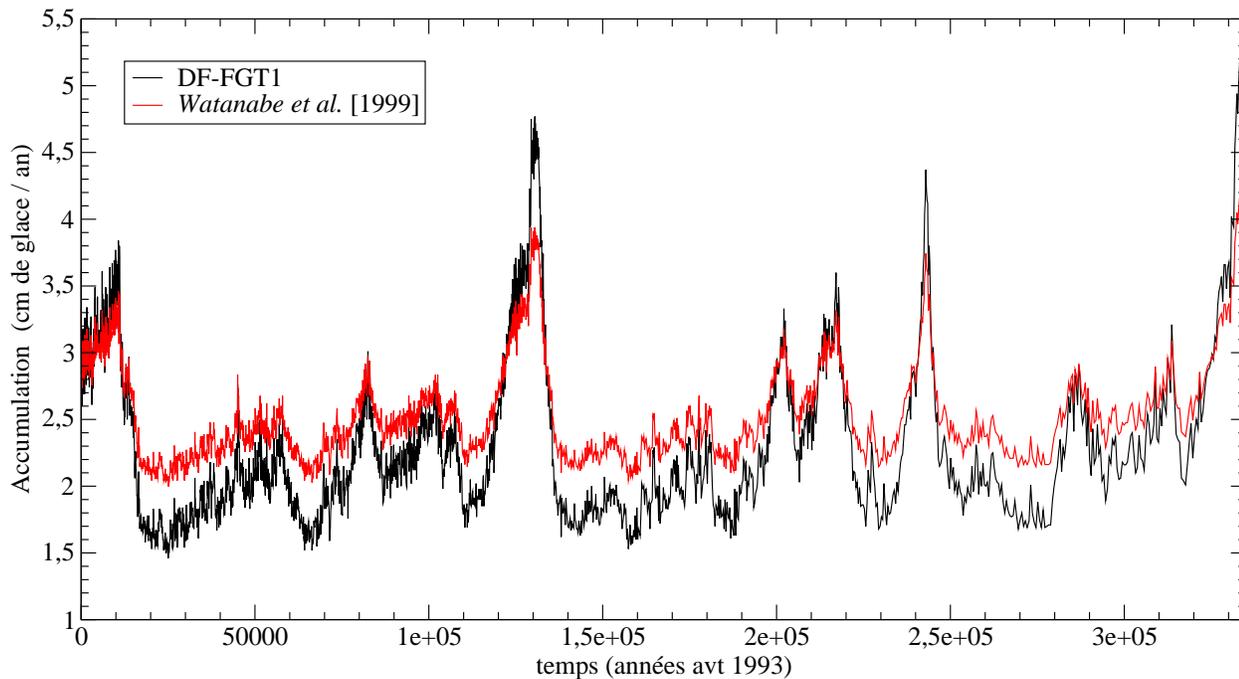
différence étant très régulières et non liées à au cycle à 100 ans, il nous paraît peu probable qu'elles soient dues à une variation de phase de la réponse climatique, mais elles seraient plutôt imputables au modèle d'amincissement utilisé. En particulier, la forme du profil de vitesse verticale que nous avons utilisé est basée sur certaines hypothèses, et il serait intéressant de comparer ces résultats à ceux d'un modèle plus complexe.



**Illustration V.7** Densités de probabilité des 4 paramètres libres du modèle de datation reconstruites par la méthode inverse.

Concernant les paramètres glaciologiques  $m$  et  $\dot{f}$  reconstruits par la méthode inverse, nous trouvons des valeurs optimales respectives de 3,78 et  $2,42 \cdot 10^{-2}$  mm de glace / an. Les intervalles de confiance respectifs sont  $2,85 \pm 0,70$  et  $0,34 \pm 0,24$  mm de glace / an (voir Illustration V.3). Les valeurs relativement faibles du paramètres  $m$  montrent, comme il avait été suggéré par différentes études mécaniques [Raymond, 1983 ; Dahl-Jensen, 1989], que l'amincissement dans le haut de la

calotte est plus fort à un dôme que le long d'une ligne d'écoulement. Quant à la fusion, la méthode inverse indique qu'elle est négligeable. Les très faibles valeurs reconstruites suggèrent même qu'un meilleur accord avec les informations chronologiques pourrait peut-être être trouvé avec un regel à la base de la calotte.



**Illustration V.8** Accumulation à Dôme F avec notre reconstruction, ou d'après la relation de *Watanabe et al.* [1999].

En ce qui concerne les paramètres d'accumulation  $A^0$  et  $\beta$ , les valeurs respectives pour le scénario optimal sont 3.23 cm de glace / an et  $4.5 \cdot 10^{-2}$ , avec des intervalles de confiance respectifs de  $3.22 \pm 0.07$  cm de glace / an et  $3.65 \cdot 10^{-2} \pm 1.30 \cdot 10^{-2}$ . Nous avons comparé sur l'illustration V.1 les accumulations pour notre meilleur scénario des accumulations déduites de la relation empirique spatiale de *Watanabe et al.* [1999]. Nous obtenons un rapport d'accumulation entre périodes interglaciaires et périodes glaciaires beaucoup plus fort que ne le prédit la relation spatiale. Les accumulations durant les maxima glaciaires sont de l'ordre de 1.5 cm de glace par an, au lieu de 2.1 cm de glace par an. Les accumulations lors des périodes interglaciaires sont beaucoup plus importantes que celles prédits par la relation spatiale, atteignant environ 5 cm de glace par an pour les stades 9.3 et 5.5. Il semble donc qu'une accumulation glaciaire plus faible soit nécessaire pour

être en accord avec les informations chronologiques, notamment celle liée au pic de béryllium 10 pendant la dernière période glaciaire. Les accumulations entre périodes très froides et périodes très chaudes étant reliées par la relation I.7, notre reconstruction induit naturellement des accumulations plus fortes pendant les interglaciaires chauds comme le stade 5.5 et le stade 9.3. Cependant, il est plus difficile de donner du crédit à ces dernières reconstructions.

Concernant la durée des interglaciaires, une critique possible consiste à dire que les très fortes accumulations des périodes interglaciaires influent sur la durée de celles-ci. Pour la même épaisseur dans une carotte, une accumulation plus forte induit une durée plus courte. Il convient donc d'ajouter une réserve aux résultats que nous obtenons concernant la durée des stades interglaciaires. Une estimation indépendante de l'accumulation lors des périodes interglaciaires, au travers par exemple du béryllium 10, serait nécessaire pour confirmer nos résultats. Remarquons cependant que notre méthode inverse contraint les âges absolus des événements et non pas les durées de ceux-ci. Notre datation optimale aboutit à des durées d'événements identiques à celles du calage orbital, alors que l'âge absolu de ces mêmes événements peut être différent de plusieurs milliers d'années. De plus, nous avons estimé une nouvelle fois la durée du stade 5.5 comme précédemment, mais en prenant les amincissements calculés par notre modèle et les accumulations données par Watanabe et al. [1999]. Nous trouvons alors une durée de 14.45 ans, soit environ mille ans de plus que notre estimation, mais encore loin des 16.2 ans que nous avons trouvés pour Vostok [Parrenin et al., 2001].

## **V.6. Conclusions et perspectives**

Dans ce chapitre, nous avons cherché les informations chronologiques qui étaient disponibles pour le forage de Dôme Fuji, et nous avons appliqué la méthode inverse au modèle glaciologique de datation à un dôme.

L'utilisation de la chronologie de Devils Hole importée sur Dôme F a prouvé que cette chronologie est incompatible avec le modèle de datation glaciologique, ce qui semble confirmer que Devils Hole est un signal local et non global. D'autre part, le modèle glaciologique montre une très bonne cohérence avec la chronologie orbitale, avec des durées de stades climatiques très similaires. Ces deux observations confortent donc très fortement la théorie astronomique des paléoclimats.

Concernant la durée des épisodes climatiques, il conviendrait cependant de confirmer nos résultats, grâce à une estimation indépendante de l'accumulation lors des périodes interglaciaires. Ceci pourrait être fait grâce à un indicateur dont la concentration dépend de l'accumulation, comme

le béryllium 10, ou grâce à une évaluation de la différence âge gaz – âge glace lors de ces même périodes.

Pour mieux contraindre les variations de phase de la température antarctique, il reste à comprendre si la différence entre chronologie orbitale et chronologie glaciologique est liée à une variation de phase du climat ou si elle est un artefact de notre modèle. Pour cela, nous suggérons la comparaison de notre modèle à un modèle d'écoulement plus complet, prenant en compte de manière explicite l'impact des variations de température sur les lois mécaniques de la glace. L'hypothèse d'un regel à la base de la calotte devra aussi être testée.

En outre, pour améliorer notre chronologie sur le dernier cycle climatique, il reste à déterminer d'autres points de contrôle chronologiques. Des données de méthane sur Dôme F permettraient l'utilisation des chronologies stratigraphiques de GRIP et de GISP2, et U–Th d'Hulu Cave. Ceci pourrait confirmer notre datation et en améliorer les intervalles d'incertitude.

# Chapitre VI : Application à Dôme C

## VI.1. *Situation et histoire du forage*

On trouve un compte-rendu de l'histoire du forage jusqu'à la saison 2000–2001 dans [Augustin and Antonelli, 2002].

Le forage EPICA est situé à Dôme C, 75°06'06"S, 123°23'42"E, altitude 3233m, épaisseur de glace 3250±25 m. La température moyenne annuelle est de –55°C, et l'accumulation d'environ 2.7 cm de glace par an. La localisation du site a été choisie après une campagne de sondage par écho radar [Tabacco et al., 1998].

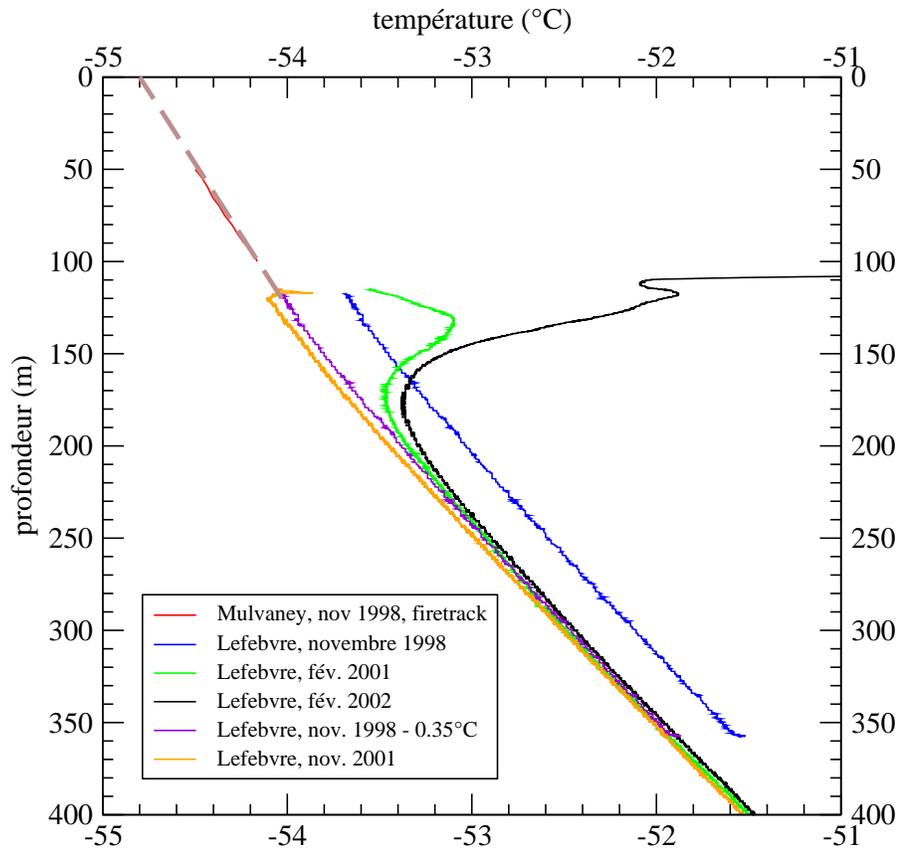
Après l'installation du camp en 1996–1997, l'équipe de forage atteint la profondeur de 363.5 m la saison suivante. Durant la saison 1998–1999, après plusieurs problèmes dus à l'électronique du carottier, ce dernier se coince à 786.53 m. Tout est alors à refaire. Un nouvel emplacement de forage est préparé en 1999–2000, et le forage recommence l'année suivante, avec une belle efficacité : 1458.19 m sont atteints. La saison 2001–2002 a aussi été une belle réussite : la profondeur de 2871.8 m est atteinte, ce qui correspond, comme nous le verrons plus loin, à près de 500 000 ans d'histoire climatique, un record jamais atteint jusqu'alors !

## VI.2. *Paramètres du forage*

### VI.2.1. **Température dans le trou de forage**

La température dans le trou de forage a été mesurée à de nombreuses reprises par Eric Lefebvre, en novembre 1998, février 2001, novembre 2001, et février 2002. A noter que la mesure de novembre 1998 n'a pas été étalonnée, et il y a donc un décalage que l'on peut évaluer à environ 0.35°C par comparaison aux autres mesures. On remarque que les mesures faites en début de saison (novembre) sont beaucoup moins perturbées dans le haut du forage que les mesures faites en fin de saison (février), cf. Illustration VI.1. La mesure de la température dans les 200 premiers mètres d'un trou de forage profond n'est pas réaliste, car les 130 premiers mètres du forage sont tubés pour éviter que le liquide du forage ne s'échappe dans la neige. La température n'est alors pas représentative de la température de la glace environnante. Il convient donc de supprimer les 130 premiers mètres de mesures.

Par ailleurs, lors du projet d'étude du névé *Firetrack*, la température dans le névé a été mesurée par Mulvaney (cf. Illustration VI.1) dans l'air d'un trou de forage fermé en haut.



**Illustration VI.1** Données de température dans le trou de forage à Dôme C, sur les 400 premiers mètres.

## VI.2.2. Température et isotope de surface

Les données de température de Mulvaney coïncident bien avec l'extrapolation que l'on peut faire des données d'Eric Lefebvre de début de saison (1998 et 2001). En extrapolant jusqu'à la surface, on trouve alors une valeur de  $-54.8 \pm 0.1^\circ\text{C}$ .

Par ailleurs, la température moyenne annuelle de l'air est de  $-55^{\circ}\text{C}$  [Augustin and Antonelli, 2002].

Concernant le deutérium à Dôme C, la composition isotopique moyenne en deutérium des 5 derniers siècles est de  $-396.5\text{‰}$  [Schwander et al., 2001].

## **VI.3. Informations chronologiques**

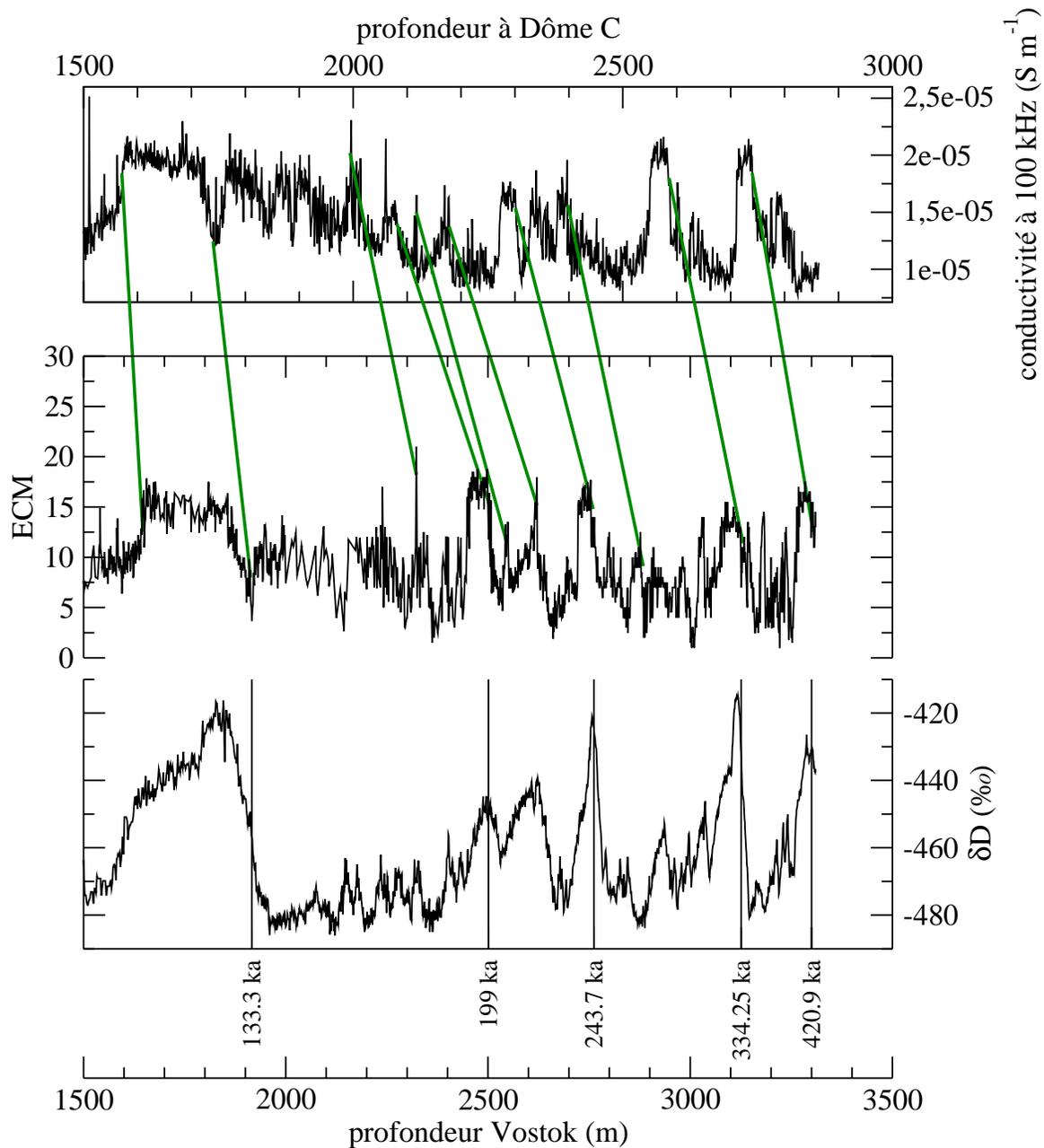
### **VI.3.1. Utilisation de la datation du pic de béryllium 10**

Le pic de béryllium 10 a été mesuré à Dôme C à la profondeur de 740 m. Nous pouvons donc l'utiliser comme contrainte chronologique, grâce aux datations de cet événement dans GRIP (datation stratigraphique), GISP2 (datation stratigraphique) ou Hulu Cave (voir II.2.4.6).

### **VI.3.2. Utilisation de la datation $^{14}\text{C}$ - $^{10}\text{Be}$ des 7000 dernières années à Vostok**

Comme dans le cas de Dôme F, la datation des 7000 dernières années à Vostok par la méthode  $^{14}\text{C}$ - $^{10}\text{Be}$  peut être importée sur le forage de Dôme C. Pour cela, il suffit de comparer les profondeurs de ces deux forages grâce aux événements volcaniques. En effet, la comparaison de deux événements volcaniques nous permet de faire correspondre les profondeurs respectives de 166.59 m et 179.06 m dans la carotte 5G de Vostok avec les profondeurs de 216 m et 232.8 m à EPICA Dôme C (EDC-96) [Jean-Robert Petit, communication personnelle]. Une simple interpolation linéaire nous permet alors de déterminer que la profondeur de 178 m à Vostok, datée à  $7179\pm 100$  ans, correspond à la profondeur de 231.4 m à Dôme C.

### VI.3.3. Comparaison du DEP à l'ECM de Vostok



**Illustration VI.2** Informations chronologiques sur la carotte de Dôme C issues de la comparaison du DEP avec l'ECM de Vostok. En haut, signal DEP de Dôme C en fonction de la profondeur. Au milieu et en bas, ECM et signal isotopique à Vostok en fonction de la profondeur. Les traits indiquent les points de calage entre DEP de Dôme C et ECM de Vostok. Les âges indiqués en bas sont ceux de la chronologie orbitale de Vostok effectuée sur le deutérium.

Les mesures sur le forage de Dôme C n'étant pas encore entièrement réalisées, il y a encore peu de moyens de déterminer des informations chronologiques. Notre but a seulement été ici de réaliser une première chronologie de Dôme C. L'isotope n'ayant été mesuré que jusqu'à 782 m, il ne nous a pas été possible d'utiliser une datation par calage orbital. La seule mesure ayant été réalisée jusqu'au fond du forage actuel est le DEP (Di-Electric Properties). La comparaison de ce DEP avec l'ECM (Electrical Conductivity Measurements) de Vostok nous a permis de localiser les stades climatiques importants de l'enregistrement (voir Illustration VI.2).

<i>événement</i>	5.5	7.1	7.5	9.3	11.3
<i>Profondeur</i>	1750	2095	2300	2590	2745
<i>Âge</i>	133.3	199	243.7	334.25	420.9

**Tableau 8** Points de contrôle chronologiques déterminés sur la carotte de Dôme C par comparaison à Vostok (grâce à l'ECM et au DEP) daté par calage orbital sur le deutérium.

En utilisant alors la datation orbitale réalisée sur le deutérium de Vostok, nous avons pu déterminer 5 points de contrôle chronologiques qui sont rappelés dans le Tableau 8.

## **VI.4. Une première chronologie pour Dôme C**

Afin de déterminer une première chronologie de Dôme C tout au long du forage actuel (2872 m), et de prédire les âges de la glace qui reste à forer, nous avons appliqué notre méthode inverse au modèle de datation glaciologique de Dôme C.

Le modèle d'amincissement utilisé est celui d'un dôme décrit dans la section I.4.3.3. Concernant l'épaisseur de glace, nous avons choisi une valeur de 3250 m, et nous avons négligé les variations d'altitude de la surface et du socle. Les paramètres à prendre en compte dans ce modèle sont donc :

- la fonte  $\dot{f}$  à la base de la calotte, que nous avons supposée constante tout au long de la période de temps étudiée. Nous avons imposé que  $\dot{f} \geq 0$ , c'est-à-dire qu'il y a fonte mais pas regel ;
- le paramètre  $m$  du profil de vitesse. Nous avons là aussi imposé que  $m > 0$ , car ce cas de figure correspond à une nappe de glace isotherme, ce qui donne la limite maximum pour la concentration de la déformation dans le haut du glacier.

Concernant le signal climatique, nous avons déduit, comme pour Dôme Fuji, la température passée de la concentration isotopique en deutérium grâce à la relation spatiale. Nos contraintes chronologiques étant relatives à la glace uniquement, il était vain de vouloir reconstruire les changements passés de température. Étant donnée la température de surface de  $-54.8^{\circ}\text{C}$  et la composition isotopique de surface de  $-396.5\text{‰}$  [Schwander *et al.*, 2001], nous avons déduit le changement de température d’après la relation :

$$T_s = -54.8 + (\delta D - 396.5) / 6.04 \quad (T_s \text{ en } ^{\circ}\text{C}, \delta D \text{ en } \text{‰})$$

Le deutérium de Dôme C n’étant connu que jusqu’à 782 m, nous avons prolongé celui-ci grâce à la composition isotopique du forage Vostok datée par calage orbital sur le deutérium jusqu’à 422 kans, puis grâce à la courbe synthétique de température antarctique obtenue grâce au deuxième modèle conceptuel présenté dans le chapitre VII. Pour ce faire, nous avons utilisé la relation suivante entre composition isotopique à Dôme C et composition isotopique à Vostok :

$$\delta D_{DC} = 1.1 \times (\delta D_{VK} + 500) - 464 \quad (\delta D_{DC} \text{ et } \delta D_{VK} \text{ en } \text{‰}), \quad (\text{VI.1})$$

et la relation suivante entre la composition isotopique à Vostok et la température synthétique reconstruite par le modèle conceptuel :

$$\delta D_{VK} = -500 + (T_s + 0.7) \times 100 / 2.7 \quad (\delta D_{VK} \text{ en } \text{‰}, T_s \text{ sans unité}). \quad (\text{VI.2})$$

La datation orbitale de Vostok n’étant pas parfaitement en accord avec la datation du modèle conceptuel pour le stade 11.3, nous avons dû modifier linéairement les âges à Vostok entre 340 et 422 kans. Notons que cette démarche nécessite une boucle sur la datation. En effet, pour reporter le signal isotopique à Dôme C qui est en fonction de l’âge, il faut une datation préliminaire.

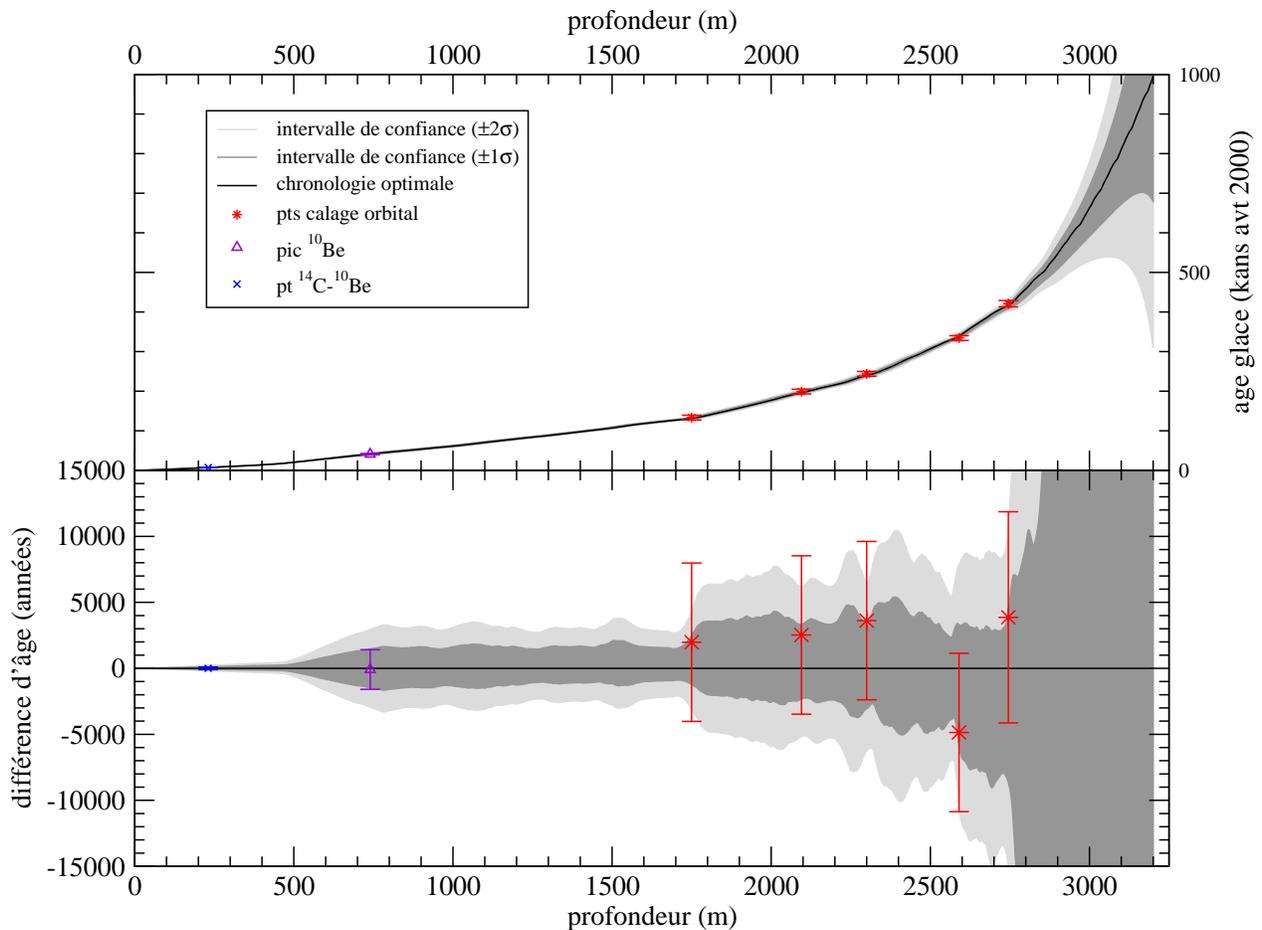
Concernant l’accumulation, nous avons supposé qu’elle dépend de la température d’inversion via la relation I.7. La température d’inversion est elle-même déduite de la température de surface grâce à la relation empirique I.5. Les deux paramètres à prendre en compte sont donc l’accumulation à la température de référence (nous avons choisi  $-54.8^{\circ}\text{C}$  comme température de référence au sol) et le paramètre  $\beta$  qui, grossièrement, évalue l’amplitude du changement d’accumulation glaciaire–interglaciaire.

La différence âge gaz – âge glace et la profondeur du close off ont été calculées grâce au modèle d’Arnaud *et al.* [2000].

<i>événement</i>		Pic <sup>10</sup> Be	5.5	7.1	7.5	9.3	11.3
<i>Prof. glace (m)</i>	231.4	740	1750	2095	2300	2590	2745
<i>Âge (kans)</i>	7.179	41	133.3	199	243.7	334.25	420.9
<i>Incertitude (kans)</i>	0.1	1.5	6	6	6	6	8

**Tableau 9** Informations chronologiques utilisées dans l'expérience inverse.

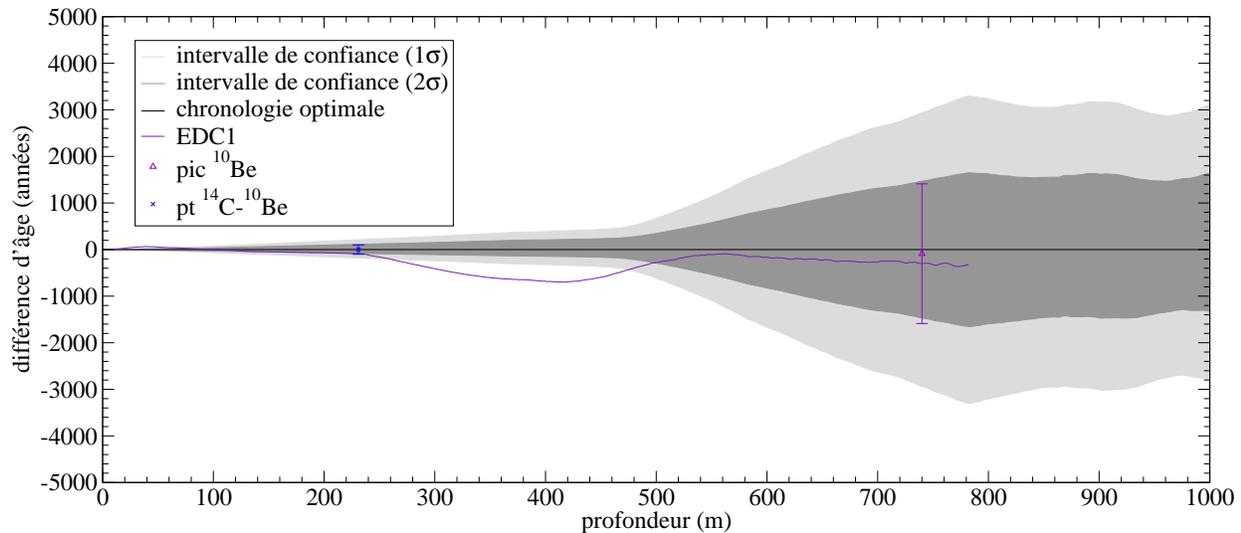
Les informations chronologiques que nous avons utilisées sont récapitulées dans le Tableau 9.



**Illustration VI.3** Résultat de la méthode inverse appliquée à la datation glaciologique de Dôme C. **En haut**, résultat de l'expérience inverse (chronologie optimale, intervalles de confiance  $\pm 1\sigma$  et  $\pm 2\sigma$ ) et informations chronologiques utilisées. **En bas**, même chose exprimé en différence avec la chronologie optimale.

Dans cette expérience inverse, nous avons considéré que tous les paramètres étaient cartésiens. 1000 essais ont été effectués en mode « marche aléatoire », puis 4000 essais en « mode marche forcée ». La répétition de l'expérience nous a permis de constater la convergence suffisante de l'algorithme. Concernant les calculs statistiques, les 1000 premiers essais ont été éliminés pour éviter les effets d'origine.

La chronologie orbitale obtenue (DC-FGT0, Dôme C Federative Glacilgical Timescale n°0) est globalement en bon accord avec les contraintes chronologiques utilisées (Illustration VI.3). Ce résultat suggère donc que le modèle de datation sera suffisamment réaliste pour disposer d'une datation glaciologique précise de quelques milliers d'années tout au long des 5 cycles de Dôme C.

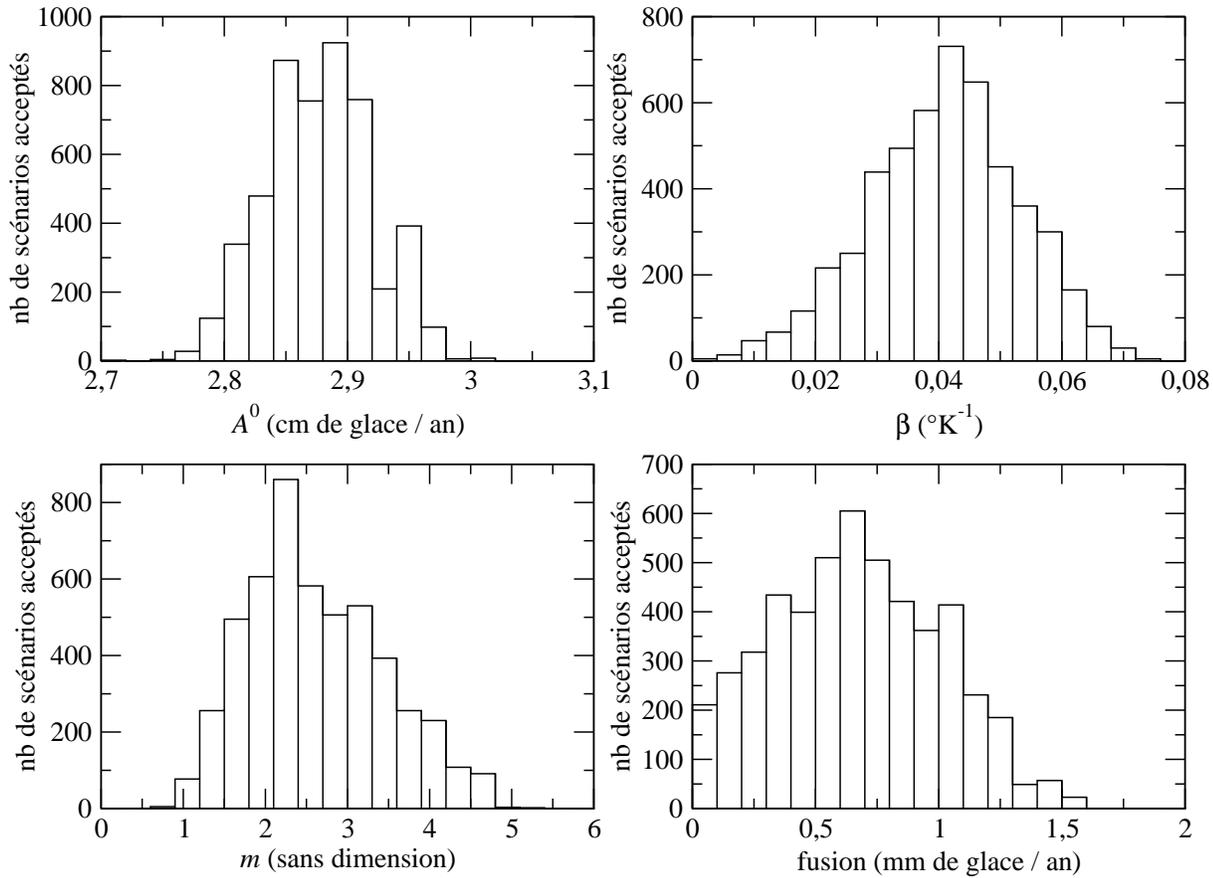


**Illustration VI.4** Comparaison des résultats de la méthode inverse avec la datation EDC1 de *Schwander et al.* [2001].

L'illustration VI.4 montre la comparaison de FGT0 avec la chronologie glaciologique de *Schwander et al.* [2001]. Ces datations glaciologiques ont été réalisées avec des points de calage proches, comme la comparaison à Vostok pour la fin de l'Holocène et la datation du pic de béryllium 10 à 41 kans. C'est pourquoi elles coïncident dans la majeure partie des 800 premiers mètres. Notons cependant que FGT0 est plus vieille que EDC1 dans l'intervalle de profondeur 250–500 m. Cette différence, pouvant atteindre jusqu'à 700 ans, pourrait être due au fait que *Schwander et al.* [2001] ont utilisé des paramètres différents pour leur modèle pour différents intervalles de profondeur. Ces auteurs ont utilisé un point de calage situé à la fin du Younger Drias daté par comparaison à Byrd, ce dernier étant corrélé à GRIP. Ceci pourrait donner plus de crédit à leur chronologie dans cette partie. Néanmoins, FGT0 donne un âge de 14680 ans pour la transition Oldest Dryas–Bølling/Allerød présente à 476 m dans le méthane de Dôme C [*Jérôme Chappellaz*, communication personnelle], ce qui coïncide très bien avec les âges obtenus à GRIP, GISP2 ou dans les enregistrements provenant des spéléothèmes (voir chapitre II). Une analyse plus poussée de la chronologie pour cette partie du forage est donc nécessaire.

Concernant les paramètres glaciologiques  $m$  et  $\dot{f}$  reconstruits par la méthode inverse, nous trouvons des valeurs optimales respectives de 2.81 et 0.52 mm de glace par an. Les intervalles de confiances respectifs sont  $2.63 \pm 0.83$  et  $0.67 \pm 0.34$  mm de glace par an (voir Illustration VI.5).

Comme dans le cas de Dôme Fuji, nous confirmons donc que l'amincissement dans le haut du glacier pour un dôme est plus fort que le long d'une ligne d'écoulement [Raymond, 1983 ; Dahl-Jensen, 1989]. Les valeurs obtenues pour la fusion sont nettement plus importantes qu'à Dôme Fuji, avec une fusion non négligeable cette fois. Ce faible taux de fusion est réaliste étant donné la présence de nombreux lacs dans la région de Dôme C [Rémy and Tabacco, 2000].



**Illustration VI.5** Densités de probabilité des 4 paramètres libres du modèle de datation reconstruites par la méthode inverse.

En ce qui concerne les paramètres d'accumulation  $A^0$  et  $\beta$ , les valeurs respectives pour le scénario optimal sont 2,88 cm de glace par an et  $4,37 \cdot 10^{-2}$ , avec des intervalles de confiance respectifs de  $2,88 \pm 0,04$  cm de glace par an et  $4,1 \cdot 10^{-2} \pm 1,2 \cdot 10^{-2}$ . Comme dans le cas de Dôme Fuji, nous suggérons donc que l'accumulation du glaciaire est plus faible que ce qui est calculé à partir de la relation de pression de vapeur saturante et de la relation spatiale actuelle isotope-température de

## **VI.5. Conclusions et perspectives**

Dans ce chapitre, nous avons effectué une analyse préliminaire de la chronologie de la carotte de Dôme C. Le modèle glaciologique semble en mesure de fournir une datation réaliste de la carotte à quelques milliers d'années près tout au long des 5 cycles climatiques. Nous confirmons de plus que l'amincissement à un dôme est plus important dans le haut du forage que le long d'une ligne d'écoulement, et qu'il existe une fusion non négligeable dans la région de Dôme C. Comme dans le cas de Dôme Fuji, nous suggérons que l'accumulation du glaciaire est sous estimée par la relation de pression de vapeur saturante associée à la relation spatiale isotope-température de surface.

Ce travail devra être poursuivi, notamment grâce à l'utilisation du vrai signal isotopique à Dôme C. Les mesures fines de méthane qui sont actuellement en cours devraient permettre de localiser très précisément les événements rapides de l'hémisphère nord, et donc de dater à moins de 1000 ans près la majeure partie de la dernière période glaciaire.

De plus, les mesures de température dans le trou de forage devraient permettre d'apporter une information supplémentaire en ce qui concerne la variation de température locale. Nous envisageons d'associer le calcul de la température dans le trou de forage au modèle de datation glaciologique, ce qui permettrait d'inverser simultanément les deux types d'informations.

En outre, des contraintes sur le changement de température et d'accumulation pourront être obtenues grâce à la corrélation aux forages antarctiques à fort taux d'accumulation (par exemple Byrd) et grâce aux mesures isotopiques dans le névé ( $^{15}\text{N}$  et  $^{40}\text{Ar}$ ).

Ces informations multiples feront sans doute de Dôme C le site idéal pour étudier les problèmes de chronologie et de reconstructions de température et d'accumulation.



# Chapitre VII : Modèles conceptuels de climat du Quaternaire

Au 19<sup>ème</sup> siècle et au début du 20<sup>ème</sup>, le calcul des variations des paramètres orbitaux de la Terre fut un problème critique [pour une revue sur le sujet, voir par exemple *Berger*, 1988]. Depuis plusieurs décennies des estimations très précises de ces paramètres sont disponibles [*Berger*, 1978 ; *Laskar*, 1990]. De manière similaire, dans les années 60, des enregistrements climatiques fiables quantitativement et bien datés étaient quasi inexistants. Les progrès dans ce domaine ont été très rapides, et on dispose aujourd'hui de bon nombre d'enregistrements, polaires, marins, ou continentaux, qui couvrent plusieurs cycles climatiques. Nous sommes donc maintenant confrontés à un autre objectif : la modélisation du système climatique terrestre, dont nous connaissons le forçage externe (l'insolation), et des indications sur la réponse à ce forçage (les enregistrements climatiques).

La compréhension des cycles glaciaires–interglaciaires du climat terrestre est un enjeu très important, puisqu'ils montrent les changements climatiques de grande amplitude les plus récents et les mieux documentés. Le but est de mieux comprendre les interactions complexes qui existent dans le système climatique, mais aussi de mieux contraindre nos modèles climatiques en vue de la prédiction des changements climatiques à venir. Nous sommes malheureusement encore loin de cet objectif.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux modèles climatiques les plus simples : les modèles conceptuels. Ces modèles ne comportent que quelques variables, et leur représentation des phénomènes physiques est rudimentaire. Ils fournissent cependant une description mathématique des données observées, ce qui est un premier pas vers la compréhension physique du système. Ils mettent en évidence et illustrent des problèmes qui doivent ensuite être résolus par une approche plus physique, qualitative ou quantitative (grâce par exemple aux modèles de complexité intermédiaire).

Nous verrons par ailleurs une autre application des modèles conceptuels : ces derniers peuvent fournir des courbes synthétiques sur le dernier million d'années pour des variables qui ne peuvent pas être mesurées sur ces échelles de temps (comme la température Antarctique ou le CO<sub>2</sub> du dernier million d'années), ou pour le futur. En effet, indépendamment de considérations physiques, si le modèle est capable de reproduire convenablement certains paramètres sur les derniers cycles climatiques, l'extrapolation de ceux-ci pour le futur ou le passé plus lointain est sans doute

pertinente.

Nous allons, dans une première section, rappeler quelques exemples de modèles simples de climat, tout en montrant leur apport pour la compréhension des cycles glaciaire–interglaciaire. Puis, après avoir décrit, à partir des données, les problèmes et paradoxes auxquels nous voulions apporter une réponse conceptuelle, nous décrirons les modèles conceptuels que nous avons construits et ce qu'ils apportent dans l'étude des mécanismes climatiques du dernier million d'années. Nous verrons ensuite comment, à partir de ces modèles, nous pouvons construire des courbes synthétiques de CO<sub>2</sub> et de température Antarctique pour le dernier million d'années. Enfin, nous verrons quelles sont les prédictions de ces modèles pour le futur.

## VII.1. *Historique*

Pour cet historique, nous nous sommes en partie inspirés de la revue de *D. Paillard* [2001], parue dans *Reviews of Geophysics*.

### VII.1.1. **Le modèle de *Calder* [1974]**

En suivant la théorie de Milankovitch, nombre de modèles ont essayé de déduire la courbe de volume des glaces continentales (ou de niveau des mers, puisque ces deux courbes sont quasiment équivalentes) à partir de l'insolation d'été aux hautes latitudes de l'hémisphère nord. C'est ce qu'a fait *Calder* [1974]. Cependant, son modèle utilise comme forçage externe l'insolation d'été à 50°N (calculée par *Vernekar* [1972]), et non pas à 65°N comme l'avait énoncé Milutin Milankovitch. Il construit ainsi un modèle très simple, basé sur une valeur seuil  $i_0$  de cette insolation. Si l'insolation  $i$  est au-dessus de cette valeur, alors les calottes fondent proportionnellement à la différence  $i - i_0$ , tandis que si  $i < i_0$ , le volume de glace croît avec une proportionnalité différente <sup>11</sup>:

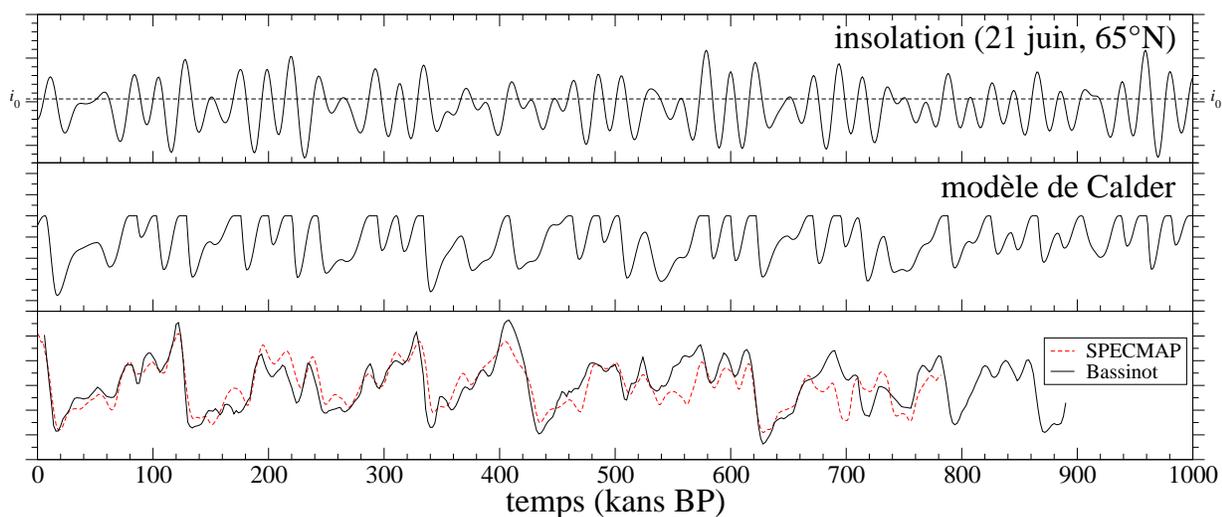
$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= k_M (i - i_0) & \text{si } i \geq i_0 & \quad (\text{Fonte}) \\ \frac{dV}{dt} &= k_A (i - i_0) & \text{si } i < i_0 & \quad (\text{Accumulation}) \end{aligned}$$

---

<sup>11</sup> Pour reconstruire le modèle de *Calder*, nous avons dû utiliser l'insolation du solstice d'été à 65°N et un seuil  $i_0 = 502 \text{ W/m}^2$ . L'insolation moyennée sur l'été à 50°N de latitude donnait un moins bon accord avec les données (et aussi avec la courbe originale du modèle de *Calder* !), tout comme l'insolation du solstice d'été à 50°N et l'insolation moyennée sur l'été à 65°N. Nous avons également essayé l'insolation à 50°N moyennée entre l'équinoxe de printemps et l'équinoxe d'automne, sans succès. Cette différence est sans doute due au fait que *Calder* a utilisé les anciennes courbes d'insolation de *Vernekar* [1972].

Avec  $V$  le volume de glace exprimé en unité arbitraire,  $i_0=864$  calories/cm<sup>2</sup>/jour (<sup>12</sup>),  $k_M=1$ ,  $k_A=0.22$  (<sup>13</sup>). Finalement, comme le soleil ne peut fondre de la glace qui n'est pas présente, une valeur limite  $V_{\min}$  est supposée pour la réduction du volume de glace<sup>14</sup>.

Ce modèle est bien sûr très grossier (voir Illustration VII.1) et les résultats qui en découlent sont encore loin de simuler parfaitement l'évolution du volume de glace constatée dans les données. Le cycle de précession est trop présent par rapport aux données, et le modèle arrive dans un état interglaciaire presque tous les 23 kans<sup>15</sup>. De plus, l'accord avec les données est très sensible au choix des paramètres. En effet, le modèle possède une singularité en  $i_0$  : si l'insolation est constante et très légèrement inférieure à cette valeur seuil, le volume de glace croît à l'infini. Par contre, si elle est légèrement supérieure, il décroît jusqu'à zéro. L'accord est également très nettement réduit si l'on modifie légèrement la courbe d'insolation choisie.



**Illustration VII.1** Résultats du modèle de *Calder* [1974]. (**En haut**) Insolation au solstice d'été à une latitude de 65°N, d'après *Berger* [1978]. (**Au milieu**) Volume de glace donné par notre reconstruction du modèle de *Calder*. (**En bas**) Enregistrements isotopiques des foraminifères océaniques extraits de *Bassinot et al.* [1994] et de *SPECMAP* [*Imbrie et al.*, 1984], qui peuvent être interprétés comme une approximation du volume de glace.

Néanmoins, ce modèle arrive à reproduire toutes les terminaisons majeures des derniers 800

12 1 calorie/jour/cm<sup>2</sup> = 0.4845833 W/m<sup>2</sup>

13 Seul le rapport  $k_A/k_M$  a une importance, puisque  $V$  est exprimé en unité arbitraire.

14 Cette valeur est arbitraire car elle n'a plus d'influence dès lors que  $V$  a atteint une fois la valeur  $V_{\min}$ .

15 1 kan = 1 « kilo an » = 1 000 ans.

kans au bon moment. Ceci est d'autant plus remarquable qu'en 1974, il existait très peu de courbes isotopiques marines, et leur datation était très grossière. Dans son article, Calder compare son modèle à une série isotopique mal datée et le moment des transitions climatiques importantes est mieux prédit par le modèle que par la série climatique !

Ce modèle est très intéressant, car il montre que les cycles glaciaire–interglaciaire, ou plus exactement les maxima glaciaires, sont liés à des périodes longues de faible insolation. Ces maxima glaciaires ne sont donc pas déclenchés par un minimum d'insolation particulièrement important, mais plutôt par un faible maximum d'insolation. Cette configuration semble nécessaire pour que la glace accumulée sur les continents de l'hémisphère nord lors des périodes de faibles insolation d'été ne soit pas entièrement fondue lors du maximum de précession suivant. Les calottes polaires auraient ainsi besoin d'une durée d'au moins deux cycles de précession pour pouvoir atteindre un volume maximal.

### VII.1.2. Le modèle d'*Imbrie and Imbrie* [1980]

Un modèle plus robuste a été publié quelques années plus tard par *Imbrie and Imbrie* [1980]. Ce modèle vise à donner une explication plus physique que le modèle de *Calder* [1974] aux cycles à 100 kans. En effet, il est basé sur un volume d'équilibre  $V_0$  dépendant d'une combinaison linéaire des paramètres orbitaux (qui correspond avec une très bonne approximation à l'insolation du 24 juillet à 65°N) :  $V_0 = -i$ . L'équation (sans dimensions) d'évolution du volume de glace  $V$  est simplement une relaxation de  $V$  vers  $V_0$  avec deux constantes de temps de temps différentes selon si le volume croît ou décroît :

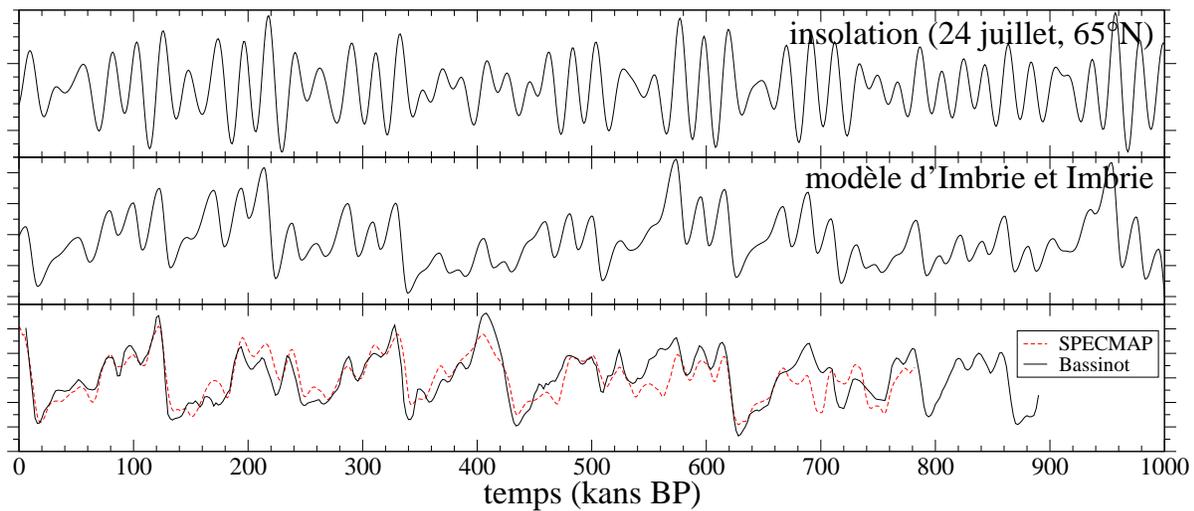
$$\frac{dV}{dt} = \frac{V_0 - V}{\tau_M} \quad \text{si } V \geq V_0 \quad (\text{Fonte})$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{V_0 - V}{\tau_A} \quad \text{si } V < V_0 \quad (\text{Accumulation})$$

avec  $\tau_A = 42.5$  kans et  $\tau_M = 10.625$  kans . En d'autres termes, à chaque insolation correspond un volume d'équilibre, et le volume de glace est relaxé vers ce volume d'équilibre avec une constante de temps différente selon le signe du changement de volume de glace, car la fonte de la calotte est plus rapide que son accroissement.

Quoique imparfait, le modèle d'*Imbrie et Imbrie* [1980] a parfois été utilisé pour établir l'échelle d'âge de certains enregistrements climatiques [par exemple *Bassinot et al.*, 1994]. Mais la façon exacte avec laquelle l'enregistrement est calé ne change pas significativement la datation ainsi

obtenue qui est définie avec une "incertitude de la phase du cycle de précession" de quelques milliers d'années [Martinson *et al.*, 1987].



**Illustration VII.2** Le modèle d'Imbrie et Imbrie [1980]. **(En haut)** Insolation le 24 juillet à une latitude de 65°N, d'après Berger [1978]. **(Au milieu)** Volume de glace donné par notre reconstruction du modèle d'Imbrie et Imbrie [1980]. **(En bas)** Enregistrements isotopiques des foraminifères océaniques extraits de Bassinot *et al.* [1994] et de SPECMAP [Imbrie *et al.*, 1984], qui peuvent être interprétés comme une approximation du volume de glace.

Les résultats de ce modèle (voir Illustration VII.2)<sup>16</sup> montrent un bon accord avec les données pour le dernier cycle (mais pas pour l'Holocène dont le volume de glace est beaucoup trop important), et un accord relativement bon pour les 2 cycles climatiques suivants (jusqu'à 350 kans), avec des cycles à 100 kans bien marqués mais une transition 8–7 décalée d'un cycle de précession. Au-delà, la corrélation entre modèle et données devient très faible. En effet, ce modèle possède un cycle à 400 kans très marqué, mais pas de cycle à 100 kans toujours vraiment marqué. Ceci entraîne que tous les 400 kans, comme pour la période actuelle ou durant les stades 11 et 12, les transitions du volume de glace sont très faibles. Pourtant, les données de volume de glace montrent la situation inverse : la transition 12–11 est sans doute la plus importante du dernier million d'années, et l'Holocène figure aussi parmi les plus importantes, alors que les stades 8 et 7 montrent des variations faibles de niveau des mers.

Malgré ces limitations, ce modèle met en évidence que le caractère asymétrique des variations

<sup>16</sup> Pour Notre reconstruction du modèle d'Imbrie et Imbrie [1980], nous avons utilisé comme forçage l'insolation du 24 juillet à 65°N.

du volume de glace a certainement un rôle à jouer dans l'explication des cycles à 100 kans. De plus, il illustre bien le "problème du stade 11", ou plus généralement du cycle à 400 kans : pourquoi les changements de volume de glace ont été les plus importants lorsque les changements d'insolation ont été les plus faibles ? Nous verrons les réponses que peuvent apporter les autres modèles simples à ce problème.

### **VII.1.3. Cycles de 100 kans liés à la calotte polaire**

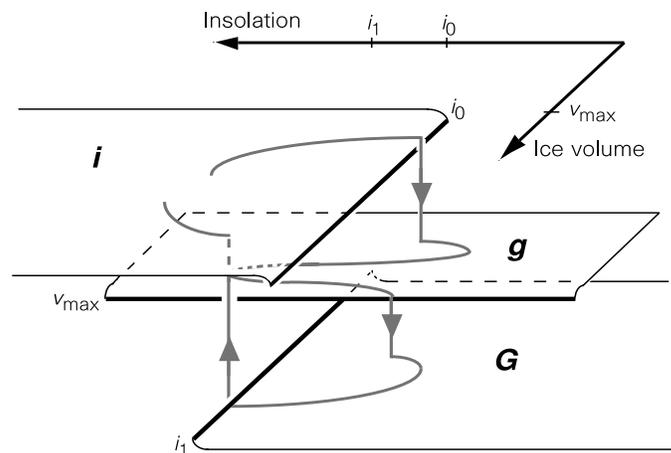
Pour créer un cycle à 100 kans, plusieurs modèles avec de longues constantes de temps ont été avancés. Par exemple, la réponse isostatique de la croûte terrestre sous le poids de la calotte polaire a été utilisée pour expliquer l'apparente asymétrie du cycle à 100 kans, avec une glaciation lente et une déglaciation rapide [Oerlemans, 1980 ; Oerlemans, 1982]. En effet, le sommet d'une calotte polaire culmine classiquement à plus de 3 km d'altitude, avec un socle sous la glace enfoncé d'environ 1 km. Comme la viscosité du manteau terrestre est importante, il y a un délai de plusieurs milliers d'années entre le changement de volume d'une calotte et la réorganisation de la topographie [Peltier, 1994]. Avec une constante de temps de 10 000 ans pour la réponse isostatique de la croûte terrestre, Oerlemans [1980] est arrivé à générer un cycle à 100 000 ans à partir d'une calotte forcée par un signal climatique variant seulement à 20 000 ans. Cependant, le temps typique de relaxation de la croûte terrestre après une modification du volume d'une calotte située au-dessus est d'environ 3000 ans [Le Meur and Huybrechts, 1996].

L'interaction isostasie-calottes polaires ne semble donc pas suffisante pour expliquer les cycles à 100 kans, bien qu'elle puisse y jouer un rôle important.

### **VII.1.4. Le modèle de D. Paillard [1998]**

Pour expliquer le paradoxe de la transition 12-11 (ou plus généralement du cycle à 400 kans) avec des changements d'insolation faibles mais des changements importants de volume de glace, D. Paillard [1998] a supposé que le système climatique possède plusieurs états d'équilibre, séparés par des seuils. Ainsi, par exemple, la transition climatique 12-11, très importante pour le volume de glace, serait due à un changement de régime climatique lié au franchissement d'un seuil.

Comme l'a remarqué Raymo [1997], une terminaison climatique apparaît seulement après la constitution d'importantes calottes polaires. Après la réalisation de cette condition, le prochain maximum d'insolation d'été dans l'hémisphère nord, même un maximum faible, provoque une

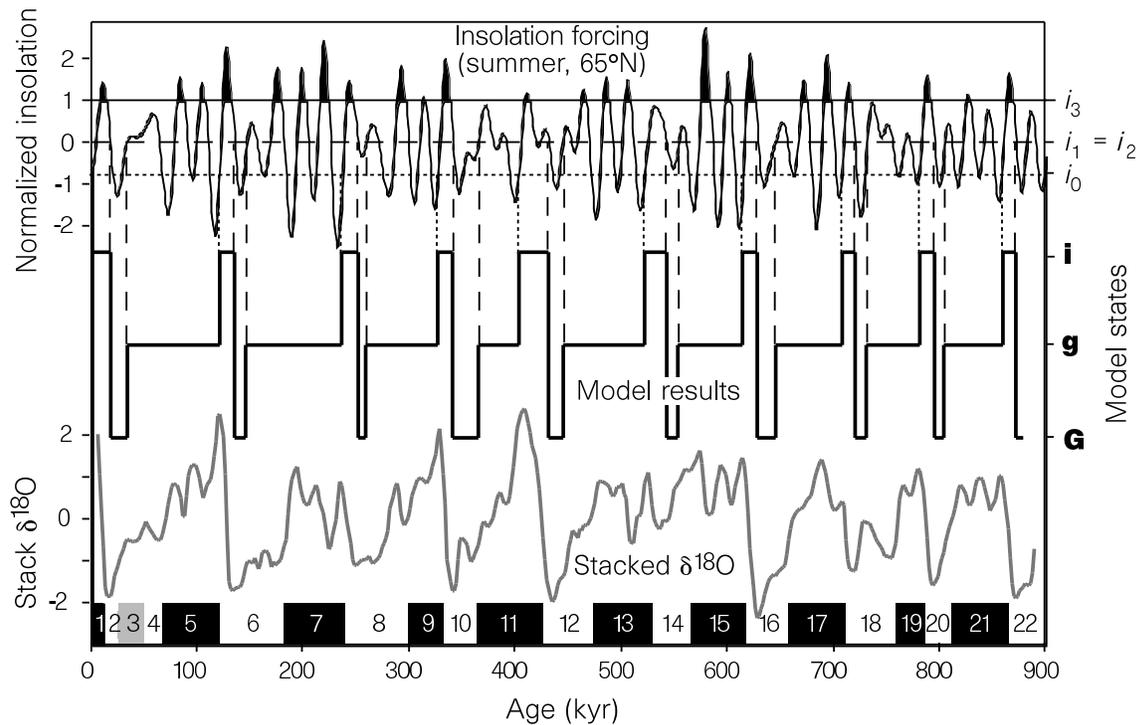


**Illustration VII.3** Structure schématique du modèle à plusieurs états de Paillard [1998]. Le climat est supposé avoir trois régimes différents : **i**, **g** et **G**. La transition **i–g** a lieu quand l’insolation décroît en-dessous du seuil  $i_0$ , la transition **g–G** quand le volume de glace excède un seuil  $v_{\max}$ , et la transition **G–i** quand l’insolation croît au-dessus du niveau  $i_1$ . Extrait de Paillard [1998].

En partant de la même idée, D. Paillard a construit deux modèles conceptuels qui possèdent trois états : interglaciaire (**i**), glaciaire modéré (**g**) et maximum glaciaire (**G**). Ces modèles passent par une transition **i–g** dès que l’insolation décroît en dessous de  $i_0$ . Une transition **g–G** a lieu lorsque le volume de glace excède une valeur  $v_{\max}$ , et finalement, une transition **G–i** a lieu quand l’insolation croît au-dessus d’un seuil  $i_1$  (voir Illustration VII.3).

Cette distinction des états interglaciaires **i** par rapport aux états glaciaires **g** et **G** est particulièrement flagrante lorsque l’on observe les teneurs en  $\text{CO}_2$  atmosphérique et la température antarctique, enregistrés dans le forage de Vostok [Petit et al., 1999]. En effet, les interglaciaires **i** sont marqués par un  $\text{CO}_2$  et une température Antarctique nettement plus importants que pendant les glaciaires **g** et **G**, même à insolation et volume de glace égaux (voir par exemple la comparaison du stade 7.3 et du stade 7.5).

Dans le premier modèle, il n’y a pas de description explicite du volume de glace. La calotte de glace nécessite simplement un temps minimal  $t_g$  pour croître et dépasser le volume  $v_{\max}$  (autrement dit, la durée du régime **g** est plus grande que  $t_g$ ). De plus, le maximum précédant la transition **g–G** doit rester en dessous du niveau  $i_3$ . La transition **g–G** a alors lieu à la décroissance suivante de l’insolation, dès lors qu’elle décroît en-dessous de  $i_2$  (voir Illustration VII.3).



**Illustration VII.4** Résultats du premier modèle de *Paillard* [1998] (courbe du milieu). Les transitions (lignes verticales en pointillés et en tirets) sont déclenchées par des franchissements de seuil (lignes horizontales en pointillés et en tirets) sur l'insolation (courbe du haut, normalisée à une moyenne nulle et une variance égale à 1). La courbe isotopique océanique de *Bassinot et al.* [1994] est tracée en bas pour comparaison. Les valeurs des seuils sont  $i_0 = -0.75$ ,  $i_1 = i_2 = 0$ ,  $i_3 = 1$ . La durée minimale du régime g est  $t_g = 33$  kans.

Ce modèle montre une succession d'états (Illustration VII.4), avec des transitions **G–i** correspondant aux transitions isotopiques majeures vues dans les carottes océaniques. Il donne de plus une explication qualitative à la durée exceptionnelle du stade 11.3 [*Hays et al.*, 1976 ; *Howard*, 1997] : alors que les autres interglaciaires durent environ 1/2 cycle de précession, celui-là dure plus d'un cycle de précession, à cause du minimum d'insolation très modéré qui suit la transition **G–i**, et qui ne permet pas de rentrer dans un état glaciaire. Ce modèle justifie également le fait que le stade 7.5 était plus chaud que le stade 7.3 en ce qui concerne la température Antarctique, alors que l'insolation tout comme le volume de glace tendraient à imaginer le contraire : 7.5 correspond à un vrai interglaciaire, alors que 7.3 ne correspond qu'à un état glaciaire particulièrement doux.

Le deuxième modèle de *Paillard* [1998] est une version différentielle du premier, qui possède une variable explicite représentant le volume de glace  $v$ . Dans ce modèle, la transition **g–G** a

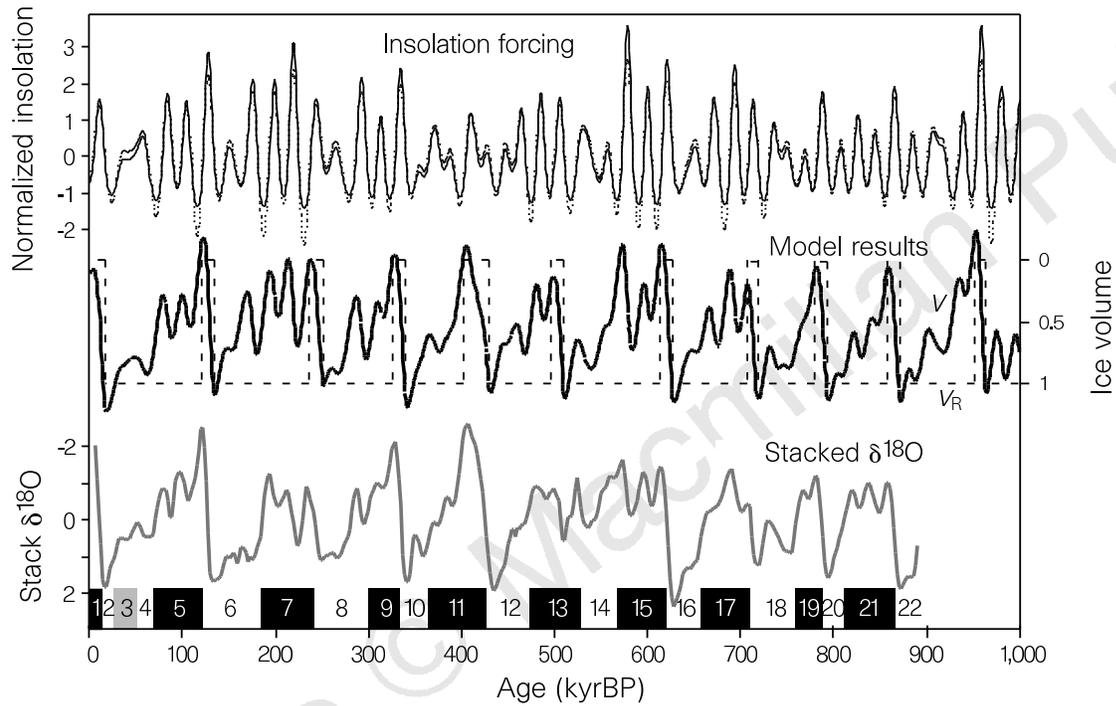
toujours lieu quand le volume de glace excède la valeur  $v_{\max}$ , mais cette fois-ci ce volume est régi par l'équation suivante :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{V_R - V}{\tau_R} - \frac{F}{\tau_F}$$

où  $V$  est le volume de glace normalisé,  $R$  ( $=\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{g}$  ou  $\mathbf{G}$ ) est le régime courant,  $V_R$  est un volume de référence pour les différents régimes,  $F$  est le forçage de l'insolation, et  $\tau_R$  ( $=\tau_i$ ,  $\tau_g$  ou  $\tau_G$ ) et  $\tau_F$  sont des constantes de temps.  $F$  est calculé à partir de l'insolation du solstice d'été à 65°N, normalisée à une moyenne nulle et une variance égal à 1, en utilisant une fonction de troncature :

$$f(x) = \frac{1}{2} \left( x + \sqrt{4a^2 + x^2} \right)$$

puis en normalisant à nouveau à moyenne nulle et variance égale à 1. Ceci induit une troncature complète des valeurs négatives de  $x$  lorsque  $a=0$  ( $f(x)=(x+|x|)/2$ ), et pas de troncature (après normalisation) lorsque  $a=\infty$ . Cette troncature prend en compte une sensibilité plus faible du volume de glace durant les périodes peu ensoleillées.



**Illustration VII.5** Résultats du deuxième modèle conceptuel de Paillard [1998]. (**Milieu**) Volume de glace simulé par le modèle (trait plein), et volume de référence (en tiret). (**En haut**) Forçage utilisé (trait plein), et insolation du solstice d'été à 65°N (en tirets). (**En bas**) Courbe océanique de Bassinot *et al.* [1994]. Les paramètres du modèle ont les valeurs suivantes :  $a=1$ ,  $V_g=V_G=V_{\max}=1$ ,  $V_i=0$ ,  $\tau_g=\tau_G=50$  kans,  $\tau_i=10$  kans et  $\tau_F=25$  kans.

Ce modèle montre des variations de volume de glace (Illustration VII.5)<sup>17</sup> en très bon accord avec les données issues de carottes océaniques. Toutes les transitions majeures du dernier million d'années sont prédites au bon moment (au déphasage du cycle de précession près), à l'exception peut-être de la terminaison VI (transition 14–13), qui intervient un cycle de précession plus tard que dans le modèle précédent. Comme les variations de volume de glace ne sont pas très importantes dans cette période de temps, il est difficile d'éliminer une solution ou l'autre. Les résultats sont particulièrement en bon accord avec les données pour le dernier cycle climatique. Les points forts de ce modèle sont les mêmes que ceux du modèle précédent. En particulier, il fournit une explication schématique à la durée particulièrement importante du stade 11.3, et aux niveaux importants de température Antarctique et de CO<sub>2</sub> au stade 7.5 (plus importants qu'au stade 7.3, pourtant plus

17 Avec la valeur 50 kans pour  $\tau_g$  et  $\tau_G$ , le modèle ne simule correctement la transition 8–7 que lorsque l'on moyenne l'insolation entre 200 et 1000 kans BP. La valeur de 45 kans paraît plus robuste.

ensoleillé et moins englacé). En plus, ce modèle a l'intérêt d'exhiber une courbe de niveau marin dont la ressemblance aux données est particulièrement flagrante. Ceci donne un bon argument en faveur d'une évolution déterministe du climat de la Terre. En tout cas, il est clair que les enregistrements climatiques peuvent être expliqués dans le cadre de la théorie astronomique des paléoclimats, contrairement à ce qui a parfois été évoqué avant [Muller and MacDonald, 1995].

Notons par ailleurs la robustesse du modèle. Comme le volume de glace se relaxe toujours vers un volume d'équilibre, ce modèle est peu sensible aux conditions initiales et même aux valeurs des paramètres. Une modification des paramètres du modèle, même dans un intervalle relativement large, ne modifie pas de manière majeure ses résultats.

Néanmoins, si nous cherchons à analyser les écarts avec les données, nous voyons que ce modèle possède un cycle de précession globalement un peu trop marqué. Par ailleurs, les amplitudes relatives de certains extrema ne sont pas toujours respectées. Les stades 8 et 14 sont trop englacés ; les stades 7 et 15 sont trop déglacés par rapport au stade 11 ; le stade 7.5 est trop déglacé par rapport à l'Holocène ; le stade 12 est trop peu englacé, etc. On remarque également que le stade 6.5 montre un volume de glace très faible par rapport aux courbes isotopiques. Mais ces reconstructions ont été remises en cause par deux études plus récentes sur le volume de glace, l'une basée sur  $\delta^{18}\text{O}_{\text{atm}}$  mesuré dans la carotte de Vostok [Shackleton, 2000] et l'autre sur une stalagmite trouvée dans une grotte italienne [Bard et al., 2002].

## VII.2. Contexte

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, plusieurs auteurs ont essayé, depuis des décennies, de reproduire la courbe de niveau des mers à partir du forçage de l'insolation. Bien que l'article ancien de Calder [1974] montre les prémices d'une explication conceptuelle des cycles à 100 ans, ce problème a été "conceptuellement" résolu il n'y a que quelques années grâce au modèle de Paillard [1998], qui donne également une justification aux interglaciaires très marqués dans les variations de  $\text{CO}_2$  atmosphérique ou de la température Antarctique. Cette réussite tient aux notions d'états climatiques et de seuils qui les séparent.

Pour aller plus loin dans l'explication des variations climatiques du dernier million d'années, plusieurs problèmes se posent.

Le premier problème concerne l'amplitude des variations du niveau des mers du dernier million d'années. Cette amplitude est-elle reliée simplement à l'amplitude des variations d'insolation ? En effet, même si le modèle de Paillard reproduit bien ces variations au premier ordre,

notamment toutes les transitions majeures, l'amplitude relative des maxima et des minima n'est pas toujours très bien simulée. L'enjeu est donc de déterminer si l'on peut construire un modèle qui reproduise encore plus finement ces variations. Notons ici que nous utiliserons les variations du niveau des mers données par les courbes isotopiques des carottes océaniques, même s'il y a débat sur ces reconstructions [Shackleton, 2000 ; Waelbroeck et al., 2002 ; Bard et al., 2002]. En effet, même si ces courbes océaniques comportent d'autres paramètres, comme la température des océans, elles sont tout de même formées de plusieurs variables climatiques, et constituent donc une réponse climatique au forçage de l'insolation. Si les variations de ce paramètre climatique sont déterministes et si elles sont simplement reliées aux variations d'insolation, alors nous pourrions extrapoler cela au volume de glace.

Le deuxième problème concerne les variations de déphasage entre l'insolation et la réponse du climat. En effet, deux études récentes montrent des déphasages variables entre insolation et réponse climatique : le stade 5.5 semble en avance par rapport à l'insolation [Henderson and Slowey, 2000], alors que c'est le contraire pour le stade 7.5 [Robinson et al., 2002]. Est-ce que cette observation contredit la théorie astronomique des paléoclimats ? Autrement dit, peut-on reproduire une variation de phase avec un modèle conceptuel ? C'est une question à laquelle nous essaierons de répondre.

Pour ces deux problèmes, si nous arrivons à reproduire les amplitudes et phases de la réponse climatique à l'insolation, les hypothèses que nous serons amenés à faire nous permettront de mettre en évidence des mécanismes qui devront ensuite être expliqués grâce à une démarche plus physique.

Enfin, le troisième problème concerne le rôle du CO<sub>2</sub> et de l'hémisphère sud dans les cycles glaciaire–interglaciaire. Alors que la théorie classique de Milankovitch prédit que l'hémisphère nord est le "gouvernail" du climat grâce aux calottes qui peuvent se développer sur le continent, l'océan austral et le CO<sub>2</sub> semblent actuellement jouer un rôle central dans la compréhension de ces cycles [Shackleton, 2000 ; Stephens and Keeling, 1999]. Notamment, lors des déglaciations, la température de l'Antarctique et le CO<sub>2</sub> semblent augmenter bien avant que le volume de glace ait changé significativement [Petit et al., 1999 ; Pépin et al., 2001]. La fonte des calottes polaires lors des grandes déglaciations ne serait donc pas liée uniquement à l'augmentation de l'insolation d'été, mais ce serait plutôt la conséquence d'un réchauffement dû à une réorganisation du système climatique.

## **VII.3. Simulation des modulations de phase et**

## **d'amplitude des cycles glaciaires par un modèle**

### **conceptuel**

Comme décrit dans la section précédente, notre objectif a été ici de développer un modèle conceptuel capable de reproduire les modulations de phase et d'amplitude des cycles glaciaire–interglaciaire.

Nous discuterons les résultats de cette étude sous la forme d'un article soumis à *Geophysical Research Letters*, après avoir brièvement décrit en français les principaux résultats obtenus.

### **VII.3.1. Résumé en français**

La théorie astronomique des paléoclimats, suivant laquelle les variations orbitales de la Terre sont supposées gouverner le climat, explique en grande partie les enregistrements paléoclimatiques. Cependant, le lien précis entre variations d'insolation et variations climatiques durant le Quaternaire reste mystérieux sous plusieurs aspects. En particulier, les changements de niveau des mers les plus importants du dernier million d'années ont eu lieu lorsque les changements d'insolation étaient faibles, comme durant le stade 11, et inversement comme durant le stade 7. De plus, des données récentes sur les terminaisons II et III suggèrent des déphasages surprenants entre les variations d'insolation et de niveau des mers. Pour expliquer ces modulations d'amplitude et de phase paradoxales, nous suggérons ici que les déglaciations ont démarré lorsqu'une combinaison d'insolation *et* de volume de glace était suffisamment importante. Pour illustrer cette nouvelle idée, nous présentons un modèle conceptuel simple qui simule le niveau des mers du dernier million d'années avec des modulations d'amplitude très réalistes, et avec les bonnes modulations de phase.

### **VII.3.2. Amplitude and phase modulations of glacial cycles from**

### **a conceptual model**

Frédéric Parrenin\*+ and Didier Paillard\*

\* Laboratoire des Sciences du Climat et de l'Environnement, Gif–sur–Yvette, France

**index terms** : climate dynamics, paleoclimatology

**key words** : glacial cycles, climate model, Milankovitch theory, insolation forcing

### **VII.3.2.1. Abstract**

The astronomical theory of climate, in which the orbital variations of the Earth are taken to drive the climate changes, explains many features of the paleoclimatic records. Nevertheless, the precise link between insolation variations and climatic changes during the Quaternary remains mysterious in several aspects. In particular, the largest sea level changes of the past million years occurred when insolation variations were minimal, like during stage 11, and vice versa like during stage 7. Moreover, recent data from terminations II and III show surprising phase lead and lag between insolation and sea level variations. To explain these paradoxical amplitude and phase modulations, we suggest here that deglaciations started when a combination of insolation *and* ice volume was large enough. To illustrate this new idea, we present a simple conceptual model that simulates the sea level curve of the past million years with very realistic amplitude modulation, and with good phase modulation.

### **VII.3.2.2. Introduction**

Although we find astronomical frequencies in almost all palaeoclimatic records [*Hays et al.*, 1976; *Imbrie*, 1992], it is clear that the climatic system does not respond linearly to insolation variations [*Imbrie et al.*, 1993]. The first well-known paradox of the astronomical theory of climate is the "100 kyr problem": the largest variations over the past million years occurred approximately every 100 kyr, but the amplitude of the insolation signal at this frequency is not significant. Although this problem remains puzzling in many respects, multiple equilibria and thresholds in the climate system seem to be key notions to explain this paradoxical frequency. In particular, ice volume critical size is a good candidate to trigger the threshold [*Imbrie et al.*, 1993; *Paillard*, 1998]. Indeed, terminations occurred only after considerable build-up of ice volume; beyond this point, the next northern latitude summer insolation maximum, even a relatively weak one, will cause deglaciation [*Raymo*, 1997]. This simple idea allowed *Paillard* [1998] to construct a conceptual model that successfully simulates the 100 kyr terminations.

Another intriguing paradox is the relation between the amplitudes of the insolation extrema

and the corresponding ice volume extrema. There is no simple relation between these two extrema. For example, transition V (from stage 12 to stage 11), which was probably the largest one over the past million years [Kindler and Hearty, 2000; Droxler, 2000; Rohling *et al.*, 1998], occurred when insolation variations were very weak. This is known as the "stage 11 problem". Similarly, transition III (from stage 8 to stage 7) was rather small, whereas insolation variations during this time period were important [Paillard, 2001]. The very small ice volume during stage 11 could be explained by its exceptional duration, two precessional cycles against only one for the others interglacial [Paillard, 1998]. But what is the explanation for MIS 12.2, a stage with a weak minimum of insolation but probably the largest ice volume of the past 600 kyr [Rohling *et al.*, 1998] ? (see Figure VII.6) The same question also exists for MIS 16.2 and 2.2. A related paradox is the "400 kyr problem". The amplitude of summer high latitude insolation variations is maximum every 400 kyr, due to the dominance of this periodicity in the eccentricity modulation of the precessional forcing. The 400 kyr problem is often presented as the absence of such a frequency in palaeoclimatic records [Imbrie and Imbrie, 1980]. But we can go one step further. Indeed, an amplitude modulation at 400 kyr in the sea level curve does exist, but is opposite to the 400 kyr cycle of insolation : sea level transitions were maximal when insolation variations were minimal, and vice versa (see Figure VII.6).

Moreover, there are some evidences that the phase relation between a termination and the corresponding insolation extremum is not constant through time. Termination II has been in advance with respect to the insolation maximum [Broecker and Henderson, 1998; Henderson and Slowey, 2000], whereas new U–Th datings seem to show the contrary for termination III [Robinson *et al.*, 2002].

To solve these amplitude and phase paradoxes, we suggest here that ice volume and insolation together play a role in the triggering of deglaciations. We suppose that the climatic system has two main states of variation : **g** (glaciation) and **d** (deglaciation), and that the **g–d** transition occurs when a combination of insolation *and* ice volume is large. More precisely, a deglaciation can occur when insolation forcing is moderate if ice volume is very large, or reciprocally when ice volume is moderate if insolation forcing is very large. We propose here a conceptual model based on this simple idea. It is driven by changes in the 21st June insolation at 65°N and by obliquity. This simple model not only reproduces sea level transitions at the correct time, but also sea level extrema with the right amplitude. In addition, despite high latitude northern insolation being the only external forcing, we obtain significant phase variations between climatic transitions and insolation, in agreement with chronologies for terminations II and III. This proves that, in contrast to some previously published ideas [Broecker, 1992; Schrag, 2000], an astronomical theory of glacial cycles

can easily accommodate for such phase variations. Furthermore, it proposes a conceptual explanation of how phase and amplitude variations are linked together.

### VII.3.2.3. Model description

We suppose here that the climatic system has two different states of evolution: the "glaciation" state, **g**, and the "deglaciation" state **d**. The evolution of these states is simply described by a linear equation:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{I_{tr}}{\tau_I} - \frac{O}{\tau_O} + \frac{1}{\tau_R} \quad (\text{VII.1})$$

where  $v$  is the normalized ice volume,  $R$  is the regime ( $R=\mathbf{d}$  or  $\mathbf{g}$ ),  $\tau_R$  ( $=\tau_d$  or  $\tau_g$ ),  $\tau_I$  and  $\tau_O$  are time constants.  $I_{tr}$  and  $O$  are the astronomical forcing.  $O$  is obliquity [Berger, 1978] normalized to unity variance and zero mean.  $I_{tr}$  is calculated from  $I$ , the summer solstice insolation at  $65^\circ\text{N}$  [Berger, 1978], normalized to unity variance and zero mean, using a truncation function :

$$f(x) = \frac{1}{2} \left( x + \sqrt{4a^2 + x^2} \right) - a \quad \text{if } x < 0 ,$$

$$f(x) = \frac{1}{2} x \quad \text{if } x \geq 0 ,$$

and then normalized to unity variance and zero mean. This empirical adjustment accounts for the lower sensitivity of the ice volume with respect to summer northern hemisphere insolation when the later is not large [Paillard, 1998]. Equation VII.1 is a simple model of the ice volume variation. The first term could represent mainly the ice melting during boreal summer, and the second one the accumulation of snow, assumed here to be related to equator to pole annual insolation gradient [Cortijo *et al.*, 1999], and therefore linearly related to obliquity. While these two first terms are related to the external orbital forcing, the third term represents a trend of slow glaciation for the **g** state, or of rapid deglaciation for the **d** state. This simple model implicitly represents the internal feedbacks of the climate system (like the carbon cycle, the oceanic and atmospheric circulations) by the occurrence of the two states **d** and **g** described before. Since during "glaciation state" **g** ice volume globally increases,  $\tau_g$  is positive. Reciprocally during "deglaciation" **d** ice volume globally decreases, and thus  $\tau_d$  is negative.

We still need to define when the model jumps from one state to the other. A recent study with

a coupled GCM confirms that the decrease in summer northern insolation is probably the trigger towards a glaciation [Khodri *et al.*, 2001]. Thus our model undergoes a **d–g** transition when the insolation  $I$  falls below a threshold  $I_0$ . The main new feature of this model concerns the triggering of deglaciations. *Raymo* [1997] noticed that terminations occurred only after considerable build-up of ice sheet, and that beyond this point, the next northern latitude summer insolation maximum, even a relatively weak one, will cause deglaciation. The same idea appeared in the *Paillard's* [1998] model, with a first threshold on the ice volume and a second one on the insolation. But this formulation constrained the ice volume maximum to a constant amplitude, whereas they seem significantly variable in the paleoclimatic records. Therefore in our model we chose to express a condition on insolation and ice volume together for the **g–d** transition. The simplest possible criteria is to define a threshold on a linear combination of insolation and ice volume. The **g–d** transition therefore occurs when:

$$\kappa_I I + \kappa_O O + v > v_0$$

where  $\kappa_I$ ,  $\kappa_O$  and  $v_0$  are constants. This formulation allows for **g–d** transitions when insolation is moderate if ice volume is large, or reciprocally when ice volume is moderate if insolation is large.

#### **VII.3.2.4. Results and discussion**

Choosing  $\tau_I=45$  kyr,  $\tau_O=150$  kyr,  $\tau_g=125$  kyr,  $\tau_d=-27$  kyr,  $a=0.6$ ,  $I_0=-0.5$ ,  $\kappa_O=0.07$ ,  $\kappa_I=0.14$ ,  $v_0=-0.5$  and starting at 1000 kyr BP with a normalized ice volume  $v=0.75$ , we find an ice volume in very good agreement with the reconstructed ice volume from *Bassinot et al.* [1994] or from the SPECMAP stacked curve [*Imbrie et al.*, 1984] (Figure VII.6). In particular, the timing of each glacial–interglacial transition is correct. There is one ambiguity on termination VI (stage 14 to stage 13), which occurs between stage 13.2 and stage 13.13 in our model whereas it is not obvious in the sea level records if the main termination is 13.2–13.13 or 14.2–13.3. The amplitude of sea level extrema from our model is in good agreement with the paleoclimatic records, in particular for the last 4 climatic cycles. The relative magnitude of the sea–level maxima is (both in model and in data): stage 11 > stage 5 > stage 9 > Holocene > stage 7. The relative size of the sea–level minima is (both in model and in data): stage 12 < stage 2 < stage 6 < stage 10 < stage 8. For the oldest part (between stage 13 and stage 22), the fit is quite good, except for transitions 13–14 and 17–18, which seem too small compared to the records.

It is worth emphasizing that the very good agreement between model and record is achieved

with only a very small number of tunable parameters. This model is also quite robust. Time constants  $\tau_1$ ,  $\tau_o$ ,  $\tau_g$  and  $\tau_d$  could be chosen respectively in the intervals [33;52] kyr, [45; $\infty$ ] kyr, [112;145] kyr and [-24;-31] kyr with only one deglaciation misplaced over the last million years, and with no significant changes in the relative amplitude of glacial cycles. With the same criteria, we can choose  $a$ ,  $I_o$ ,  $\kappa_o$ ,  $\kappa_1$ , and  $v_o$  respectively in the intervals [0.3;0.65], [-1;-0.1], [0;0.08], [0.05;0.18], [0.6;1.3]. In particular, when the obliquity forcing is omitted (i.e. for  $\tau_o = \infty$  and  $\kappa_o = 0$ ), termination III only is misplaced and the ice volume amplitudes are not so well reproduced.

MIS 7 seems to be very sensitive with respect to the model's parameters. Indeed, the start of termination III occurs almost at the maximum of insolation in our model, and thus a small change of one parameter can shift this termination to the following insolation maxima. Transition 8–7 appears to be a "*last minute deglaciation*".

Concerning the ice volume phasing with respect to insolation, we find that it significantly may change during the past million years (see Table 10). Phasing is defined here as the time lag between a **g–d** "threshold crossing" and the following insolation (21 june, 65°N) maxima. This time lag rises from -3.6 to -8 kyr using this definition. The classical definition based on the time difference between maximum of insolation and the mid-transition of ice volume is not necessarily the most appropriate. Indeed, deglaciations are strongly non-linear processes, as illustrated by the occurrence of a large Melt Water Pulse (MPW1a) event during the last deglaciation. Such a large and rapid change cannot be captured by our simple linear model. It can be argued that, to some extent, "deglaciation" is more an "event-like" process than a slow continuous one. It therefore makes sense to compute the lag using our model "threshold crossing", instead of the ice volume mid-transition, to compare lags, relative to that of the last deglaciation. This simple model thus suggests an early termination II (earlier than we could expect from phasing at termination I), and a late one for termination III, whereas terminations I and IV are intermediate. Indeed, during MIS 8, the ice volume and the insolation maximum are not very large; therefore, the model crosses the **g–d** threshold only when the insolation is at its maximum. This conceptually explains why this deglaciation is late, which is indeed suggested by recent data [Robinson *et al.*, 2002]. In contrast, the ice volume and the insolation maximum are very large during stage 6, and this is why the termination occurs at an early time, when insolation is still increasing. This corresponds somewhat to observations of an early termination II, made in some records dated with the U–Th method [Henderson and Slowey, 2000; Broecker and Henderson, 1998]. It has been claimed that an early termination II contradicts the theory of the astronomical forcing on climate. Our interpretation is different, and we believe that variations in phasing only reflects a threshold mechanism in the

system for deglaciations, and that this threshold depends on global ice volume. Changes in phasing are therefore directly linked to ice volume amplitudes, and the "amplitude modulation" leads to a "phase modulation".

Conceptual model like this one must be viewed as a powerful mean to circle problems that must then be tackled from a more physical approach. Even if this simple model fits the proxy record in an impressive way, it remains to link its states and thresholds with a physical representation. Although the northern hemisphere summer insolation threshold for entering a glaciation seems a reasonable assumption [*Khodri et al.*, 2001], which closely corresponds to the traditional Milankovitch theory, the nature of the deglaciation threshold and state remains quite mysterious. A possible hypothesis may be through the North American ice sheet. The idea of a considerable build-up of ice volume necessary for a complete deglaciation may correspond to a considerable build-up of the Laurentide ice sheet, the largest ice sheet that has disappeared since the last glacial maximum. The conjunction of a large Laurentide ice sheet and important northern hemisphere summer insolation may lead to large freshwater discharges in the south of the North Atlantic ocean. These melt-water pulses would lead to a warming of the southern ocean [*Blunier et al.*, 1998], through a change in the thermohaline circulation. This opposite phasing of both hemispheres, described as a bipolar sea-saw [*Broecker*, 1998] has been observed in Greenland and Antarctica ice core records when synchronized with methane [*Blunier and Brook*, 2001; *Blunier et al.*, 1998], but also in different types of oceanic models [*Ganopolski and Rahmstorf*, 2001]. This warming, if in phase with the astronomical forcing, may lead to a significant out-gassing of CO<sub>2</sub>, sufficient to induce a significant global planetary warming and thus a deglaciation [*Paillard*, 2001]. This may be confirmed by the strong similarity between CO<sub>2</sub> and Antarctic temperature for the last four terminations [*Petit et al.*, 1999]. For example during the last deglaciation, a drastic reduction of the thermohaline circulation occurred during Heinrich Event 1 (H1) around 17 kyr BP [*Grousset et al.*, 2001], which corresponds to a major increase of CO<sub>2</sub> concentration [*Monnin et al.*, 2000]. We have to note that the ice volume started to decrease several thousands of years before H1 (between 21 and 18 kyr BP, depending on authors and dating methods [*Lambeck et al.*, 2000]). This is not in contradiction with our explanation: the decrease of ice volume between ~20 kyr and ~17 kyr is due to the increase of northern latitudes summer insolation, whereas H1 marks the threshold crossing, the "no come back point".

### **VII.3.2.5. Conclusion**

The response of the Earth climate to insolation forcing can be described by two different

regimes, "glaciation" and "deglaciation", that can be switched according to threshold crossings. Our study indicates that the deglaciations start when a combination of insolation and ice volume is large enough. The ice volume is "additive" with the insolation forcing in the triggering of deglaciations: either the ice volume or the insolation needs to be sufficiently large. This hypothesis allows us to precisely simulate the amplitude modulations of the sea level record over the past million years. This threshold model also allows for varying phase between insolation and ice volume. In particular, it could explain why termination II occurs earlier than expected and suggests that termination III may be an "in extremis" deglaciation, which started rather late with respect to the other terminations, just before the maximum of insolation.

#### **VII.3.2.6. *acknowledgements***

We thank Dominique Raynaud, Jean Jouzel, Claire Waebroek and Catherine Ritz for helpful discussions and for manuscript reading. We also thank N. J. Shackleton for our discussions. This work was supported by PNEDC (Projet National d'Etude de la Dynamique du Climat) and POP project.

### VII.3.2.7. References

- Blunier, T. and E. J. Brook, Timing of millennial-scale climate change in Antarctica and Greenland during the last glacial period, *Science*, 291(5501), 109–112, 2001.
- Blunier, T., J. Chappellaz, J. Schwander, A. Dällenbach, B. Stauffer, T. Stocker, D. Raynaud, J. Jouzel, H. Clausen, C. Hammer and S. Johnsen, Asynchrony of Antarctic and Greenland climate change during the last glacial period, *Nature*, 394(6695), 739–743, 1998.
- Broecker, W. S. and G. M. Henderson, The sequence of events surrounding termination II and their implications for the causes of glacial–interglacial CO<sub>2</sub> changes, *Paleoceanography*, 13(4), 352–364, 1998.
- Berger, A, Long-term variations of daily insolation and Quaternary climatic change, *J. Atmos. Sci.*, 35, 2362–2367, 1978.
- Broecker, W. S, Upset for Milankovitch theory, *Nature*, 359(6398), 779–780, 1992.
- Broecker, W, Paleocean circulation during the last deglaciation : A bipolar seasaw ?, *Paleoceanography*, 13(2), 119–121, 1998.
- Cortijo, E., S. Lehman, L. Keigwin, M. Chapman, D. Paillard and L. Labeyrie, Changes in meridional temperature and salinity gradients in the North Atlantic Ocean (30°–72°N) during the last interglacial period, *Paleoceanography*, 14(1), 23–33, 1999.
- Droxler, A. W. and J. W. Farrell, Marine Isotope Stage 11 (MIS 11): new insights for a warm future, *Global Planet. Change*, 24(1), 1–5, 2000.
- Grousset, F. E., E. Cortijo, S. Huon, L. Herve, T. Richter, D. Burdloff, J. Duprat and O. Weber, Zooming in on Heinrich layers, *Paleoceanography*, 13(3), 240–259, 2001.
- Ganopolski, A. and S. Rahmstorf, Rapid changes of glacial climate simulated in a coupled climate model, *Nature*, 409, 153–158, 2001.
- Hays, J., J. Imbrie and N. Shackleton, Variations in the Earth's orbit : pacemaker of the ice ages, *Science*, 194(4270), 1121–1132, 1976.
- Henderson, G. M. and N. C. Slowey, Evidence from U–Th dating against northern hemisphere forcing of the penultimate deglaciation, *Nature*, 404(6773), 61–66, 2000.
- Imbrie, J., A. Berger, E. Boyle, S. Clemens, A. Duffy, W. Howard, G. Kukla, J. Kutzbach, D. Martinson, A. MacIntyre, A. Mix, B. Molfino, J. Morley, L. Peterson, N. Pisias, W. Prell, M. Raymo, N. Shackleton and J. Toggweiler, On the structure and origin of major glaciation cycles 2: the 100 000–year cycle, *Paleoceanography*, 8(6), 699–735, 1993.
- Imbrie, J., J. Hays, D. Martinson, A. McIntyre, A. Mix, J. Morley, N. Pisias, W. Prell and N. Shackleton, The orbital theory of pleistocene climate: support from a revised chronology of the

marine  $\delta^{18}\text{O}$  record. In *Milankovitch and climate, part 1*, A. Berger, J. Imbrie, J. Hays, G. Kukla and B. Saltzman, editors. D. Riedel, Hingham, MA, 1984.

Imbrie, J, Editorial : a good year for Milankovitch, *Paleoceanography*, 7(6), 687–690, 1992.

Kindler, P. and P. J. Hearty, Elevated marine terraces from Eleuthera (Bahamas) and Bermuda: sedimentological, petrographic and geochronological evidence for important deglaciation events during the middle Pleistocene, *Global Planet. Change*, 24, 41–58, 2000.

Khodri, M., Y. Leclainche, P. Ramstein G., Braconnot, M. O. and E. Cortijo, Simulating the amplification of orbital forcing by ocean feedbacks in the last glaciation, *Nature*, 410(6828), 570–574, 2001.

Lambeck, K., Y. Yokoyama, P. Johnston and A. Purcell, Global ice volumes at the Last Glacial Maximum and early Lateglacial, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 181(4), 513–527, 2000.

Monnin, E., A. Indermuhle, A. Dallenbach, J. Fluckiger, B. Stauffer, T. F. Stocker, D. Raynaud and J.–M. Barnola, Atmospheric  $\text{CO}_2$  concentrations over the last glacial termination, *Science*, 291(5501), 112–114, 2001.

Petit, J. R., J. Jouzel, D. Raynaud, N. I. Barkov, J.–M. Barnola, I. Basile, M. Bender, J. Chappellaz, M. Devis, G. Delaygue, M. Delmotte, V. M. Kotlyakov, M. Legrand, V. Y. Lipenkov, C. Lorius, L. Pepin, C. Ritz, E. Saltzman and M. Stievenard, Climate and atmospheric history of the past 420,000 years from the Vostok ice core, Antarctica, *Nature*, 399(6735), 429–436, 1999.

Paillard, D, Glacial cycles: toward a new paradigm, *Rev. Geophys.*, 39(3), 325–346, 2001.

Paillard, D, The timing of Pleistocene glaciations from a simple multiple–state climate model, *Nature*, 391(6665), 378–381, 1998.

Rohling, E., M. Fenton, F. Jorissen, P. Bertrand, G. Ganssen and J. Caulet, Magnitude of sea–level lowstands of the past 500,000 years, *Nature*, 394(6689), 162–165, 1998.

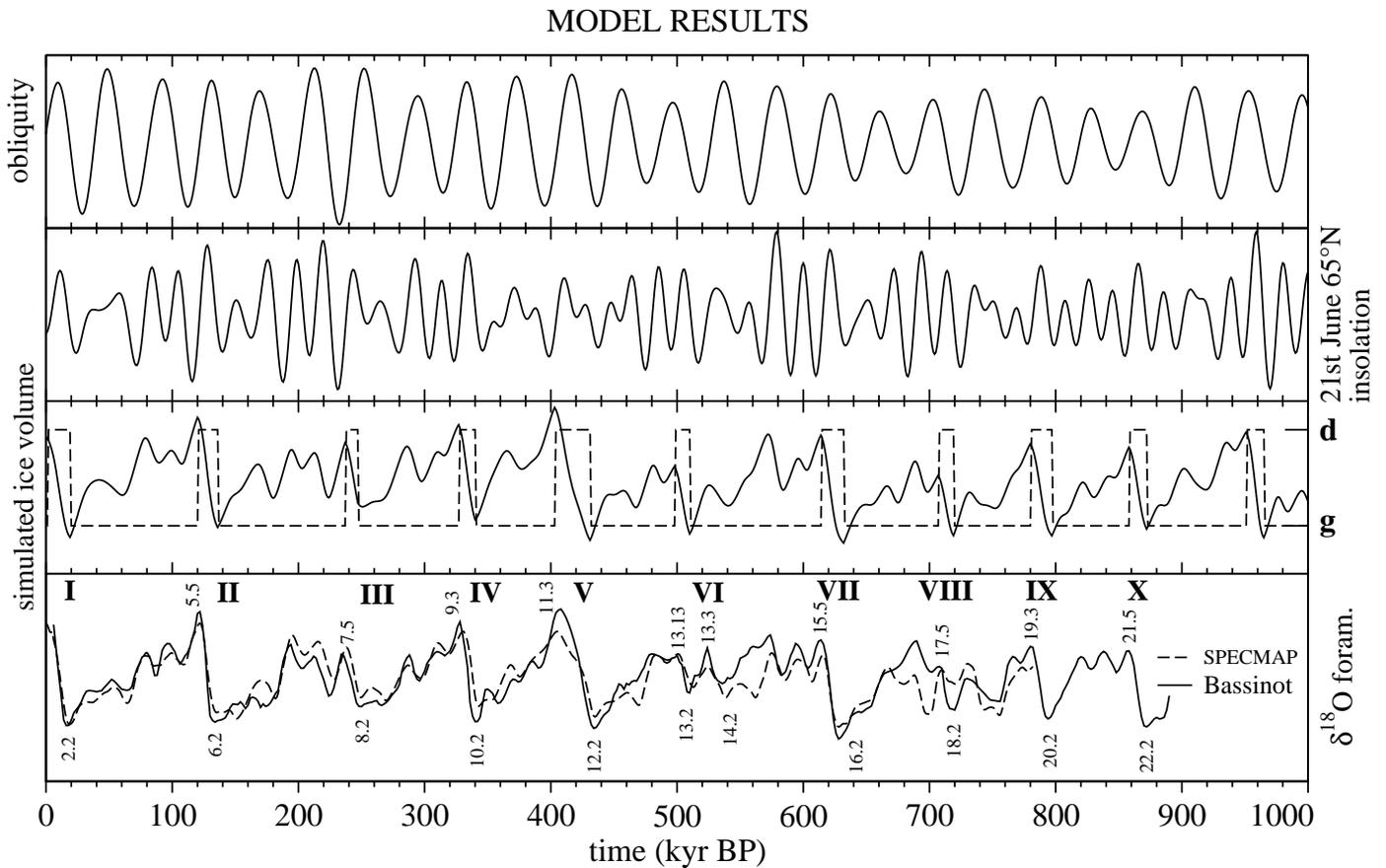
Robinson, L. F., G. M. Henderson and N. C. Slowey, U–Th dating of marine isotope stage 7 in Bahamas slope sediments, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 196(3–4), 277–284, 2002.

Rial, J, Pacemaking the ice ages by frequency modulation of Earth's orbital eccentricity, *Science*, 285(5427), 564–568, 1999.

Schrag, D. P, Of ice and elephants, *Nature*, 404(6773), 23–24, 2000.

<i>Term.</i>	<i>Min. I</i>	<i>Threshold</i>	<i>Trans. I</i>	<i>Max. I</i>	<i>Trans. v</i>	<i>Phasing</i>
1	24	19	17.2	11.1	10.1	-7.9
2	139.8	136	133.3	127.8	127.8	-8.2
3	254.5	247	248.6	243.4	242.9	-3.6
4	346	340	339.7	334	333.7	-6

**Table 10** To examine the phasing between insolation and ice volume variations, we show different time indicators against the 4 last terminations : minima of  $I$ , 21st June insolation 65°N [Berger, 1978], mid-transitions of  $I$ , maxima of  $I$ , timing of model's threshold, mid-transition of  $v$  (modeled ice volume). The last column is phasing calculated as the timing difference between max.  $I$  and threshold.



**Figure VII.6** Model results. From top to bottom : obliquity, 21st June insolation 65°N [Berger, 1978], modeled ice volume and model state (dashed line), foraminifera  $\delta^{18}\text{O}$  from Bassinot *et al.* [1994] or from SPECMAP [Imbrie *et al.*, 1984] (dashed line), that can be interpreted as a proxy for global ice volume.

### VII.3.3. Conclusion en français

La réponse de la Terre au forçage de l'insolation peut être décrite par deux régimes différents, "glaciation" et "deglaciation", qui alternent selon des franchissements de seuil. Notre étude indique que les déglaciations démarrent lorsqu'une combinaison d'insolation et de volume de glace est suffisamment importante. Le volume de glace et le forçage de l'insolation semblent se comporter de

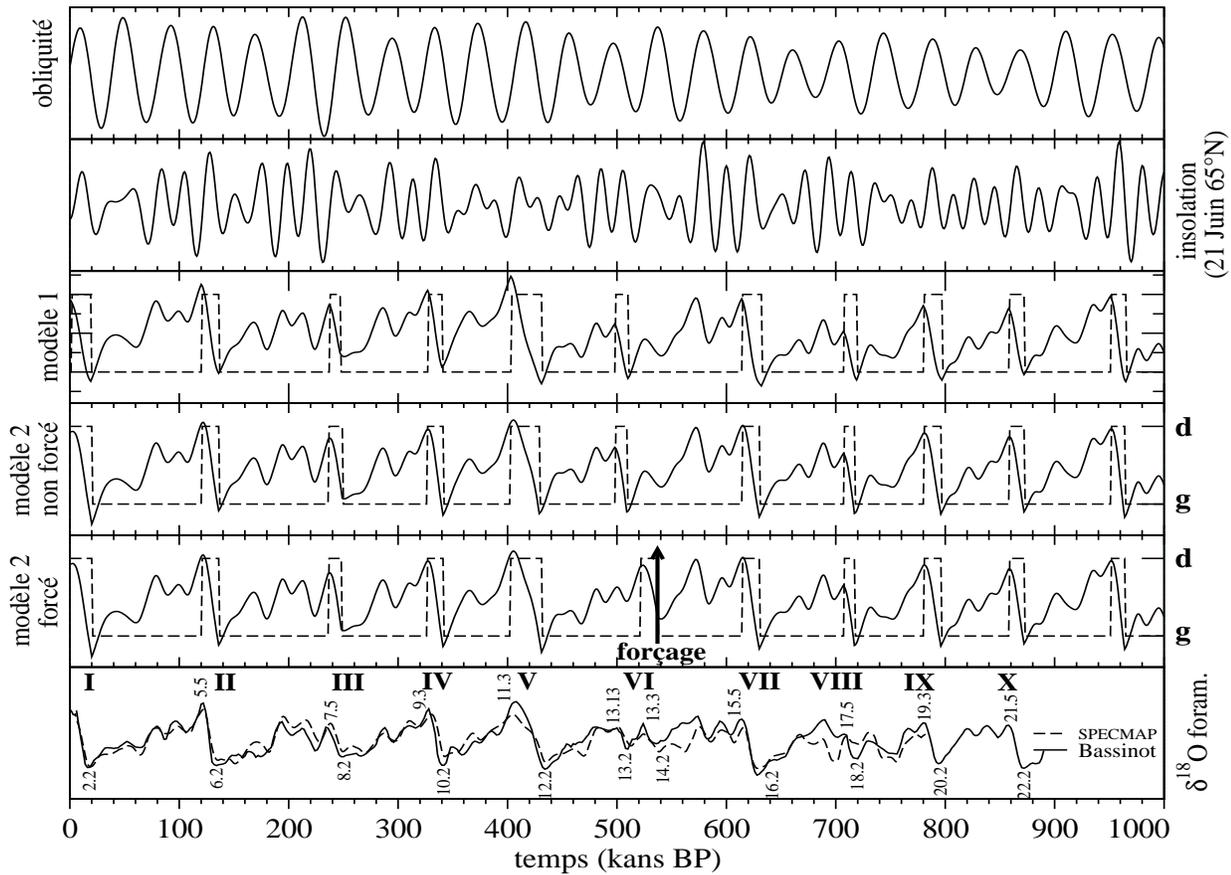
manière additive dans le déclenchement des déglaciations : le volume de glace ou l'insolation doit être suffisamment important. Cette hypothèse nous permet de simuler les modulations d'amplitude du niveau des mers du dernier million d'années. Ce modèle à seuil engendre aussi des phases variables entre insolation et volume de glace. En particulier, il explique conceptuellement pourquoi la terminaison II survient plus tôt que prévu et suggère que la terminaison III pourrait être une "déglaciation in extremis", qui démarre tardivement par rapport aux autres terminaisons, peu avant le maximum d'insolation.

## VII.4. *Autres modèles conceptuels*

D'autres formulations des modèles conceptuels permettent également de reproduire un volume de glace en bon accord avec les données. Le modèle présenté précédemment présente l'inconvénient d'être instable lorsque les interglaciaires durent trop longtemps. Effectivement, notre formulation (équation VII.1) conduit à une déglaciation constante lors des états **d**, qui ne s'interrompt que lorsque le modèle rentre à nouveau dans un état **g**. Cette instabilité est d'autant plus gênante si l'on s'intéresse aux variations climatiques des prochaines dizaines de milliers d'années (voir section VII.6). Pour que le modèle soit plus stable nous avons quelque peu modifié la formulation comme suit :

$$\begin{aligned}
 \text{si } R=\mathbf{g}, \quad & \frac{dv}{dt} = -\frac{I_{tr}}{\tau_I} - \frac{O}{\tau_O} + \frac{1}{\tau_g} \\
 \text{si } R=\mathbf{d}, \quad & \frac{dv}{dt} = -\frac{I_{tr}}{\tau_I} - \frac{O}{\tau_O} + \frac{(v_i - v)}{\tau_d}
 \end{aligned}
 \tag{VII.2}$$

avec  $v_i$  un volume de référence lors des stades interglaciaires. Nous avons gardé la même formulation pour les seuils. Cet état de référence du volume de glace en période interglaciaire prend en compte le caractère non linéaire de la fonte des calottes polaires. En effet, si les calottes de l'hémisphère nord semblent sensibles aux variations climatiques, la calotte antarctique semble, elle, beaucoup plus stable et, dans un certain intervalle de variations climatiques, il n'est pas envisageable que cette calotte fonde.



**Illustration VII.7** Résultats du deuxième modèle présenté dans cette étude. Du haut vers le bas. Obliquité. Insolation du solstice d’été à 65°N. Volume de glace issu du modèle (trait plein) et état du modèle (en tirets). Même chose que précédemment, mais avec la transition 14–13 imposée à 537 kans.  $\delta^{18}\text{O}$  des foraminifères issu de *Bassinot et al.* [1994] ou de SPECMAP [*Imbrie et al.*, 1984], qui peuvent être vus comme un proxy du volume de glace.

En choisissant alors  $\tau_i=45$  kans,  $\tau_o=150$  kans,  $\tau_d=12$  kans,  $\tau_g=115$  kans,  $a=0.6$ ,  $I_0=-0.7$ ,  $\kappa_o=0.07$ ,  $\kappa_i=0.1$ ,  $\nu_0=0.5$  et  $\nu_i=0$ , on trouve un volume de glace (voir Illustration VII.7) en bon accord avec les données de *Bassinot et al.* [1994] ou de SPECMAP [*Imbrie et al.*, 1984] et très semblable à celui obtenu avec le 1<sup>er</sup> modèle. La plus grande différence est un volume de glace plus faible pour le stade 12 et en moins bon accord avec les données. Nous verrons également que les prédictions pour le prochain cycle glaciaire–interglaciaire peuvent être très différentes.

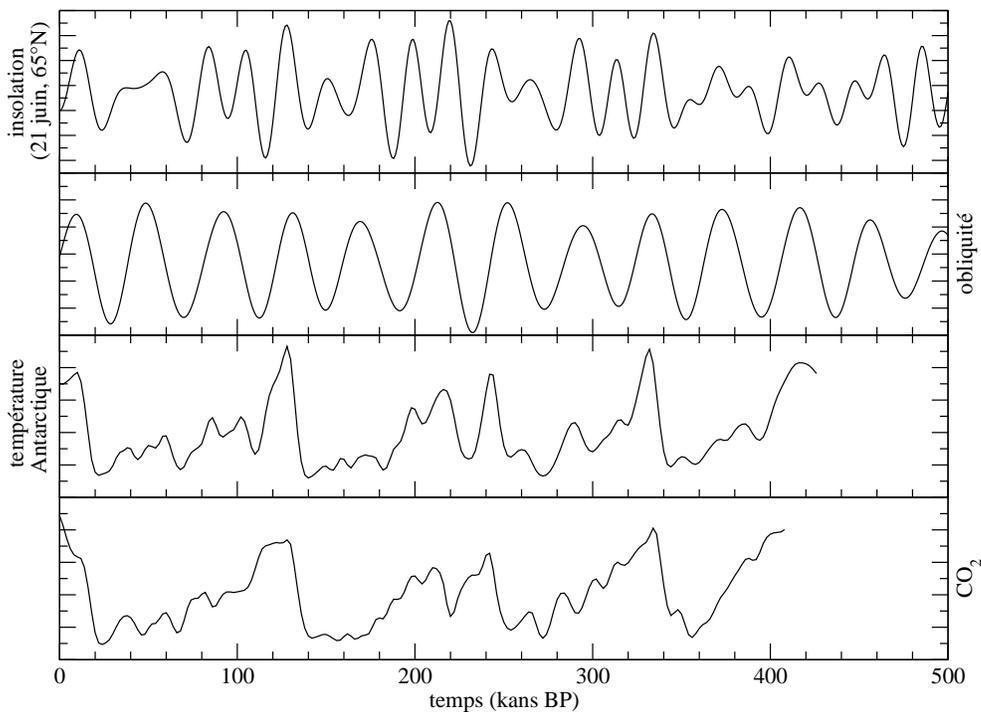
Nous avons cherché en vain à ajuster notre modèle de sorte que la terminaison VI ait lieu entre les stades 14.2 et 13.3, et non 13.2 et 13.13. Dans une nouvelle simulation, nous avons donc forcé notre modèle conceptuel à subir une transition **g–d** à 537 kans (voir Illustration VII.7). Les différences avec la simulation non forcée sont presque inexistantes en dehors des stades 12 et 13.

Notons que le stade 12 devient sensiblement plus englacé dans cette nouvelle simulation, ce qui est plus en accord avec les données.

## VII.5. Courbes synthétiques de CO<sub>2</sub> et température

### antarctique du dernier million d'années

L'objectif de notre travail est ici de reproduire grâce à un modèle conceptuel les variations de température antarctique et de CO<sub>2</sub> au cours du dernier million d'années. Ce modèle sera constitué de quelques équations les plus simples possibles, et prendra comme forçage les paramètres orbitaux de la Terre, et le volume de glace.



**Illustration VII.8** Comparaison des forçages orbitaux (obliquité et insolation du solstice d'été à 65°N) et des variations de température Antarctique et de CO<sub>2</sub>. La composition atmosphérique en CO<sub>2</sub> et la température Antarctique ont été obtenues à partir du forage Vostok [Petit *et al.*, 1999] et datées par calage orbital [Parrenin *et al.*, 2001]. Nous avons lissé ces deux courbes pour une meilleure comparaison sur les échelles de temps orbitales.

En effet, la distinction des états glaciaires et interglaciaires des modèles de *Paillard* [98] ou de ceux présentés précédemment (modèle 1 [*Parrenin and Paillard*, soumis] et modèle 2) est particulièrement pertinente pour la représentation de la température antarctique. Cette dernière atteint des valeurs élevées lors des interglaciaires (voir Illustration VII.8). Nous supposons donc que les variations de température antarctique sont composées pour une part par les fréquences orbitales (les fréquences liées à la précession et à l'obliquité apparaissent clairement dans le deutérium de Vostok), et pour une autre part par un cycle en créneau lié aux états glaciaires et interglaciaires. Nous proposons ici une courbe de température synthétique, combinaison linéaire de variations des paramètres orbitaux, des variations de volume de glace, et de grands cycles à ~100 kans.

Il est important de comprendre que cet exercice est conceptuel et empirique. Nous ne prétendons pas donner d'explications physiques aux variations de température antarctique et de CO<sub>2</sub>, mais nous essayons simplement de les reproduire à partir des variations d'insolation. Cet exercice a deux objectifs :

- extrapoler notre ajustement empirique au dernier million d'années. C'est le genre de démarches qu'ont suivies *Li et al.* [1998] et *Berger et al.* [1996] en comparant le CO<sub>2</sub> et le volume de glace sur les derniers cycles climatiques et en extrapolant au passé. Les courbes de ces auteurs sont utilisées comme forçage pour des simulations sur 1 million d'années de modèles de complexité intermédiaire ;
- déterminer quelle est la part des variations de ces deux indicateurs climatiques qui est facilement explicable à partir des variations d'insolation.

Soit  $T^{\text{ref}}$  la composante liée aux cycles à 100 kans. Cette composante sera simplement déduite des états du modèle (**d** et **G** pour les modèles décrits précédemment, **i**, **g** et **G** pour le modèle de *D. Paillard* [1998]). Pour éviter les discontinuités, nous adoptons la formulation suivante :

$$\begin{cases} \text{Si } R=\mathbf{i} \text{ ou } \mathbf{d} : \\ \\ \text{Si } R=\mathbf{g} \text{ ou } \mathbf{G} : \end{cases} \begin{cases} \frac{dT^{\text{ref}}}{dt} = \frac{1}{\sigma_d} & \text{si } T^{\text{ref}} < T_i \\ 0 & \text{si } T^{\text{ref}} = T_i \\ \\ \frac{dT^{\text{ref}}}{dt} = \frac{1}{\sigma_g} & \text{si } T^{\text{ref}} > T_g \\ 0 & \text{si } T^{\text{ref}} = T_g \end{cases}$$

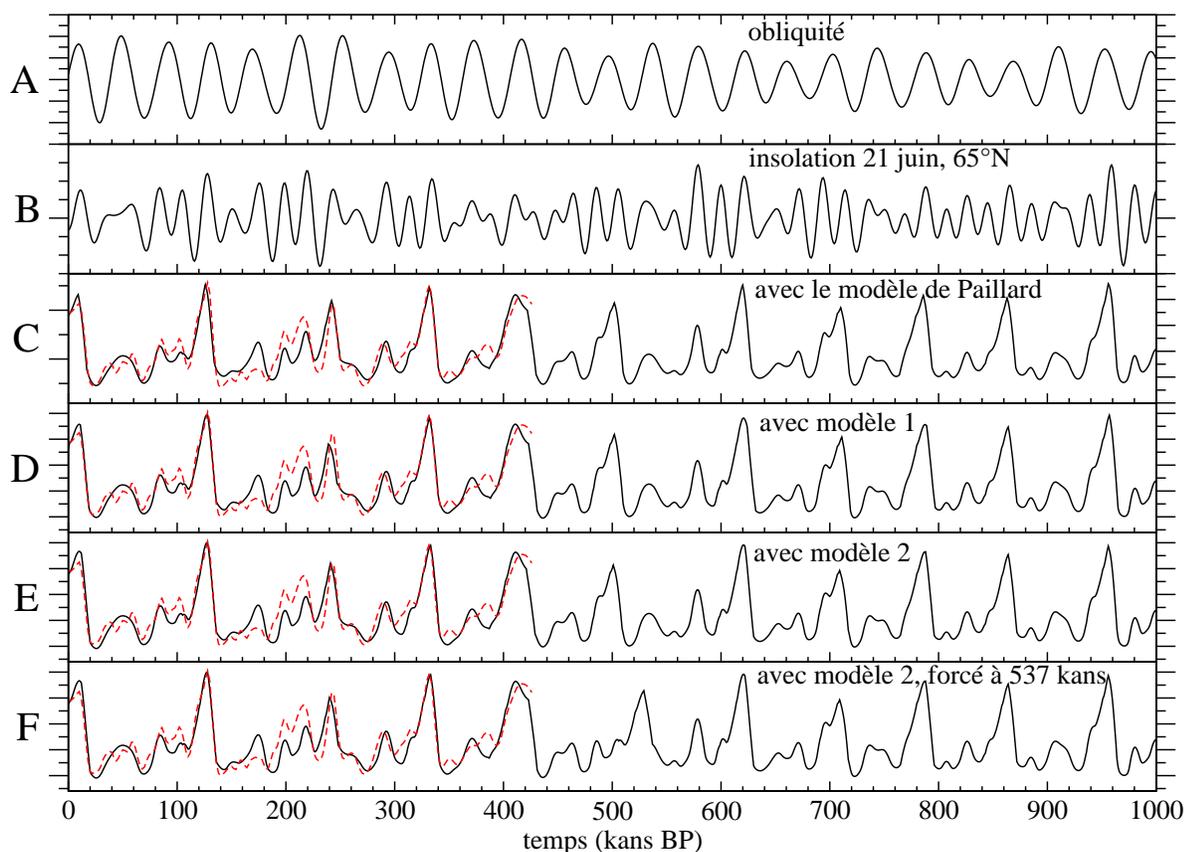
où  $T_i$  et  $T_g$  sont deux valeurs de référence pour  $T^{\text{ref}}$ , et  $\sigma_d$  et  $\sigma_g$  sont deux constantes de temps. Comme nous travaillons avec des variables normalisées, nous choisirons  $T_i=1$  et  $T_g=0$ . La

température antarctique  $T$  s'obtient alors en ajoutant les variations liées à l'obliquité  $O$ , au volume de glace  $v$ , et à l'insolation  $I_{tr}$  utilisée pour les variations de volume de glace :

$$T = T^{\text{ref}} + a_o \cdot O + a_l \cdot I_{tr} + a_v \cdot v$$

où  $a_o$ ,  $a_l$ , et  $a_v$  sont trois constantes.

Pour le  $\text{CO}_2$ , nous utilisons la même formulation que pour la température antarctique, en remplaçant les constantes  $\sigma_d$ ,  $\sigma_g$ ,  $a_o$ ,  $a_l$ , et  $a_v$  respectivement par les constantes  $\rho_d$ ,  $\rho_g$ ,  $b_o$ ,  $b_l$ , et  $b_v$ .



**Illustration VII.9** Courbes synthétiques de température antarctique. **A** Obliquité. **B** Insolation du solstice d'été à 65°N. **C** Température Antarctique obtenue à partir des états et du volume de glace du modèle de Paillard [1998] (trait plein) comparée au Deutérium de Vostok [Petit *et al.*, 1999] (trait gris en tirets). **D** Même chose pour le 1<sup>er</sup> modèle de cette étude. **E** Même chose pour le deuxième modèle de cette étude. **F** Même chose pour le deuxième modèle de cette étude forcé à 537 kans. La courbe de deutérium issue de Vostok a été datée par calage orbital [Parrenin *et al.*, 2001] et lissée pour une meilleure comparaison sur les échelles de temps orbitales.

Pour les 4 modèles conceptuels étudiés (modèle de D. Paillard, modèle 1, modèle 2 et modèle 2 forcé à 537 kans) nous avons utilisé les états, le volume de glace et l'insolation tronquée issus de ces modèles. Nous avons donné aux constantes les valeurs suivantes :  $\sigma_d=8$  kans,  $\sigma_g=15$  kans,  $a_o=0.1$ ,  $a_f=0.15$  et  $a_v=0.2$  pour la température Antarctique, et  $\rho_d=8$  kans,  $\rho_g=40$  kans,  $b_o=0.1$ ,  $b_f=0.05$  et  $b_v=0.1$  pour le CO<sub>2</sub>. Les courbes obtenues sont en bon accord avec celles déduites des enregistrements de Vostok pour les 4 derniers cycles climatiques (voir Illustration VII.9). En ce qui concerne la température, les courbes synthétiques sont en très bon accord avec la courbe de Vostok pour le dernier cycle climatique, et également pour les cycles 3 et 4. Cependant, l'incertitude sur la datation de Vostok est relativement grande pour le 4<sup>ème</sup> cycle climatique, ce qui pourrait expliquer le léger désaccord sur la date du stade 11.3 entre le modèle et les données. L'accord est moins bon pour le 2<sup>ème</sup> cycle. En particulier, le stade 6.5 est trop chaud, alors que les stades 7.1 et 7.3 sont trop froids. La période climatique composée de ces deux stades est effectivement très intrigante, puisque les valeurs de température antarctique mesurée sont intermédiaires entre des valeurs glaciaires et des valeurs interglaciaires. Les fortes valeurs de température paraissent donc difficiles à expliquer avec notre modèle linéaire à deux états. Comme pour la modélisation du volume de glace, le stade 6.5 est lui aussi énigmatique. En effet, aussi bien le volume de glace que la température Antarctique ou le CO<sub>2</sub> montrent des valeurs de maximum glaciaire, alors que l'insolation d'été à 65°N et l'obliquité sont fortes durant cette période. L'amplitude de ce stade paraît donc difficile à expliquer dans le cadre strict de la théorie astronomique des paléoclimats (même si, bien sûr, nous ne pouvons pas prouver qu'il n'existe pas de modèle conceptuel capable de la reproduire).

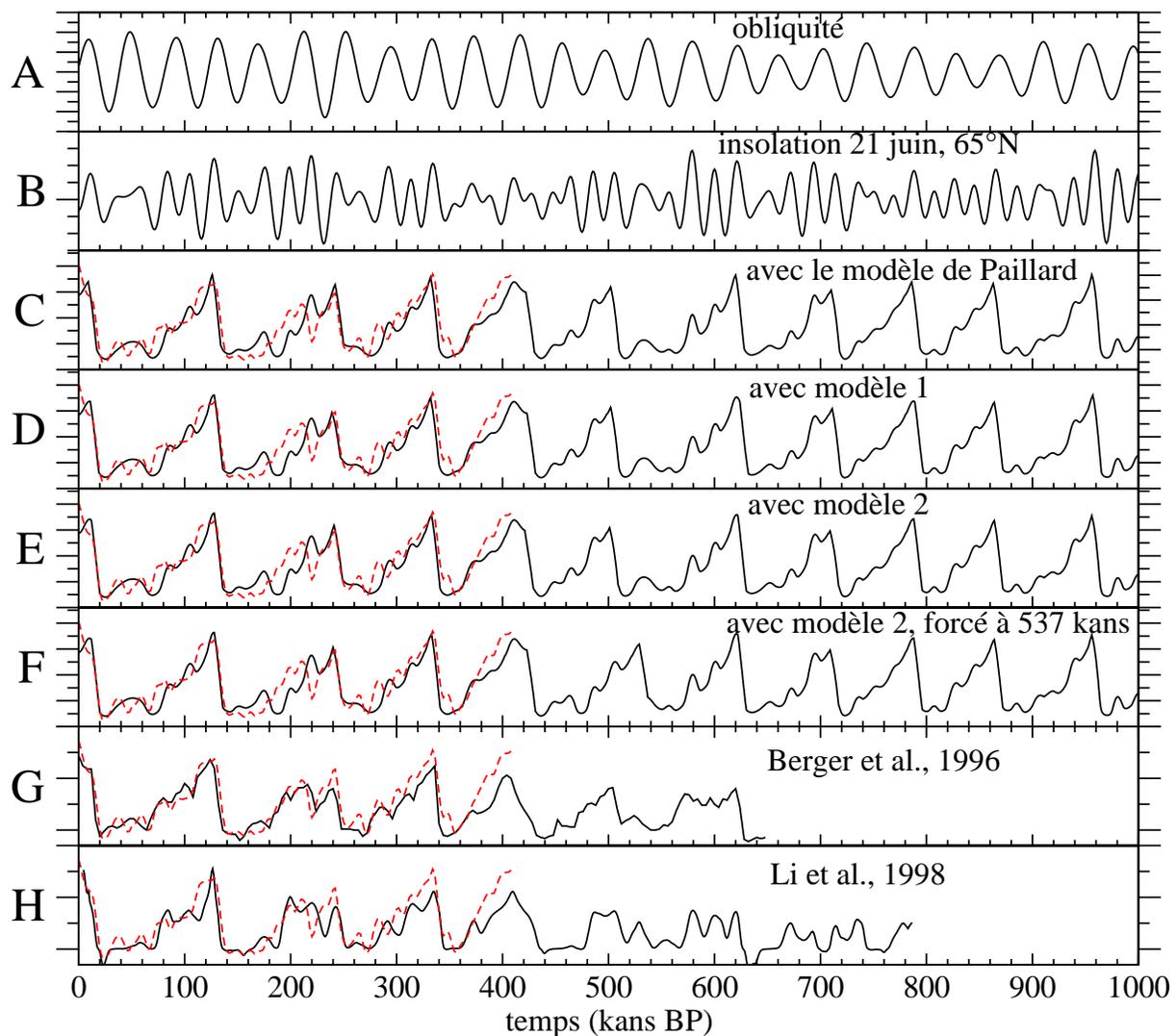
En ce qui concerne le CO<sub>2</sub>, l'accord entre les courbes synthétique de CO<sub>2</sub> et le CO<sub>2</sub> de Vostok est également bon pour le dernier cycle climatique et pour les 3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup>, mais moins bon pour le deuxième. En effet, notre modèle ne reproduit pas les faibles valeurs du stade 7.4, ni les fortes valeurs du stade 7.1. Ceci est dû à une décroissance trop rapide vers un CO<sub>2</sub> glaciaire. Notons également que notre modèle reproduit mal le retard du CO<sub>2</sub> lors de l'entrée en glaciation il y a environ 110 000 ans.

La réponse climatique aux changements d'insolation est en effet très intrigante durant l'avant dernier cycle climatique. La terminaison III semble être une "déglaçiation in extremis", suivie par un minimum important d'insolation d'été à 65°N. Le stade 7.3 joue alors un rôle semi-interglaciaire, avec des niveaux de température sud et de CO<sub>2</sub> très élevés. Ce cycle climatique peut sans doute être comparé au 5<sup>ème</sup> cycle (stade 13) pour lequel les variations des paramètres orbitaux sont très comparables à celles du stade 7. Nous aurons peut-être davantage de données sur ce 5<sup>ème</sup> cycle grâce au nouveau forage situé au Dôme C...

Comparons les résultats de notre étude aux courbes de CO<sub>2</sub> déduites des enregistrements

océaniques de *Berger et al.* [1996] et *Li et al.* [1998]. Les hauts niveaux de CO<sub>2</sub> durant les interglaciaires 7.5, 9.3 et 11.3 sont mieux reproduits dans notre reconstruction. Par contre, les hauts niveaux de CO<sub>2</sub> lors des stades 7.1 et 7.3 sont mieux reproduits par les 2 autres reconstructions. En effet, elles sont issues d'enregistrements océaniques, et ces derniers montrent effectivement des niveaux élevés pour ces deux stades. Notons que la courbe de *Berger et al.* [1996] est la seule à reproduire convenablement le retard du CO<sub>2</sub> lors de l'entrée en déglaciation ayant eu lieu à la fin du stade 5.5. Notre étude est cependant plus générale car elle permet une reconstruction du CO<sub>2</sub> seulement à partir des courbes d'insolation, alors que les deux autres utilisent des enregistrements océaniques. Ceci permet une extrapolation sur des plus longues échelles de temps.

En ce qui concerne l'extrapolation au dernier million d'années pour le CO<sub>2</sub> atmosphérique et la température antarctique, la précision de celle-ci dépend de la prédiction des stades glaciaires et interglaciaires du modèle. Il semble que tous les interglaciaires soient prédits durant le bon cycle de précession, à l'exception peut-être de la terminaison VI. Il n'est pas clair si celle-ci est survenue entre les stades 14.2 et 13.3 ou entre les stades 13.2 et 13.13. L'utilisation du deuxième modèle forcé ou non à 537 kans donne les deux éventualités concernant cette terminaison. De plus, nous n'avons pas comparé nos résultats de volume de glace à des données au-delà de 900 kans BP. La prédiction de la terminaison XI est donc incertaine. Nous avons donc confiance dans notre prédiction de la température antarctique et du CO<sub>2</sub> jusqu'à 900 000 ans, à l'exception de la période comprise entre 460 et 540 kans.

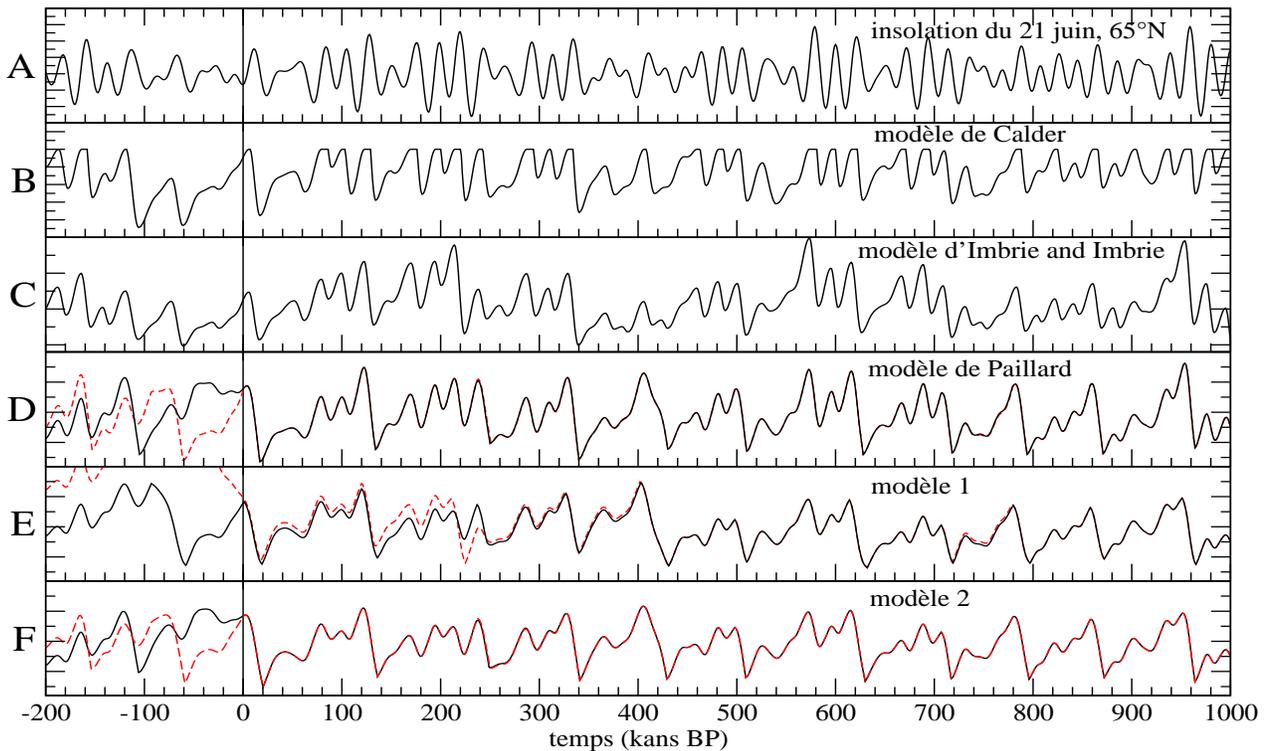


**Illustration VII.10** Courbes synthétiques de CO<sub>2</sub> atmosphérique. **A** Obliquité. **B** Insolation du solstice d'été à 65°N. **C** CO<sub>2</sub> obtenue à partir des états et du volume de glace du modèle de *Paillard* [1998] (trait plein) comparée au CO<sub>2</sub> mesuré dans la carotte de Vostok [*Petit et al.*, 1999] (trait gris en tirets). **D** Même chose pour le 1<sup>er</sup> modèle de cette étude. **E** Même chose pour le deuxième modèle de cette étude. **F** Même chose pour le deuxième modèle de cette étude forcé à 537 kans. La courbe de CO<sub>2</sub> issue de Vostok a été datée par calage orbital [*Parrenin et al.*, 2001] et nous en avons filtré les variations aux courtes échelles de temps. **G** Reconstruction de *Berger et al.* [1996]. **H** Reconstruction de *Li et al.* [1998].

La courbe synthétique de CO<sub>2</sub> pourra être utilisée comme forçage pour les modèles de complexité intermédiaire, tandis que celle de température antarctique pourra servir de forçage climatique pour les modèles de calotte Antarctique.

## VII.6. Que prédisent les modèles conceptuels pour le

futur ?



**Illustration VII.11** Extrapolation des modèles pour le futur. **A** Insolation du solstice d'été à 65°N. **B** Résultats du modèle de *Calder* [1974]. **C** Résultats du modèle d'*Imbrie and Imbrie* [1980]. **D** Résultats du modèle de *Paillard* [1998], avec un seuil  $i_0 = -0.75$  (trait plein) ou  $i_0 = -0.5$  (trait gris en tirets). **E** Résultats du 1<sup>er</sup> modèle présenté dans cette étude [*Parrenin and Paillard*, soumis], avec un seuil  $i_0 = -0.5$  (trait plein) ou  $i_0 = -0.7$  (trait gris en tiret). **F** Résultats du 2<sup>ème</sup> modèle présenté dans cette étude [*Parrenin and Paillard*, soumis], avec un seuil  $i_0 = -0.5$  (trait plein) ou  $i_0 = -0.7$  (trait gris en tiret).

Il est légitime de s'intéresser aux prédictions de ces modèles simples pour le futur. Quand la Terre connaîtra-t-elle (ou aurait dû-t-elle connaître) la prochaine période glaciaire ? La réponse à cette question est difficile. En effet, les variations d'insolation d'été à 65°N que connaîtra la Terre au cours des prochaines dizaines de milliers d'années (voir Illustration VII.10) sont très faibles, les plus faibles du dernier million d'années. Cette situation est due entre autres à une excentricité quasi nulle de l'orbite terrestre. Les modèles conceptuels que nous avons décrits dans cette étude n'ont donc pas

été contraints sur de telles variations d'insolation et la prédiction pour le futur est incertaine.

Le modèle de *Calder* [1974] et celui d'*Imbrie and Imbrie* [1980] (voir Illustration VII.10) prédisent une glaciation progressive atteignant un maximum important (quasiment le plus important sur le dernier million d'années) dans environ 60 kans, avec un stade intermédiaire à peu près constant entre 22 et 45 kans.

Pour le modèle de *Paillard* [1998] et les deux modèles décrits dans cette étude [*Parrenin and Paillard*, soumis], tout dépend du choix du paramètre de seuil d'entrée en glaciation. Le modèle de Paillard, avec des valeurs du seuil  $i_0 = -0.75$  ou  $i_0 = -0.5$  reproduit des courbes de volume de glace quasiment identiques pour le dernier million d'années, alors que la prédiction pour le futur est très différente. Le deuxième cas est très similaire aux prédictions des modèles de Calder et Imbrie and Imbrie, avec une glaciation progressive. Le premier cas montre le stade interglaciaire actuel durant exceptionnellement longtemps (encore environ 50 kans) avec un volume de glace à peu près stable.

Les modèles présentés dans cette étude prédisent un englacement très proche de celui des modèles de Calder, Imbrie and Imbrie, ou Paillard (avec un seuil  $i_0 = -0.5$ ). Si le seuil  $i_0$  est modifié de  $-0.5$  à  $-0.75$ , la simulation est très proche pour le dernier million d'années avec seulement la perte de la terminaison III pour le premier modèle. Pour le futur, le premier modèle prédit une très forte déglaciation. Cette déglaciation est due à la paramétrisation très simplifiée des états **d** et **g**, avec une déglaciation constante qui ne s'arrête que lorsque le modèle repasse dans un état glaciation. Le deuxième modèle est plus réaliste dans ce cas de figure. Le scénario est proche de celui du modèle de Paillard pour un seuil  $i_0$  de  $-0.75$ , avec un niveau des mers quasiment constant, puis une remontée de plusieurs mètres dans environ 25 kans, et enfin une entrée en glaciation progressive qui débute dans 50 kans.

Nous avons vu que le climat de la Terre est caractérisé par des états différents et des phénomènes de seuil qui les séparent. Les stades interglaciaires évoquent une organisation du système climatique sans doute très différente des stades glaciaires. Pour la prédiction du climat des prochains milliers d'années, tout dépend donc du franchissement du seuil qui nous fera basculer dans un état "glaciaire" ou "glaciation". Nous avons supposé dans nos modèles conceptuels que ce seuil dépendait de l'insolation du solstice d'été à  $65^\circ\text{N}$ . Actuellement, cette insolation vaut  $479.40 \text{ W/m}^2$ , et elle sera minimale dans 500 ans avec  $479.21 \text{ W/m}^2$ . Lors des précédents passage dans un état de "glaciation", cette insolation a connu des valeurs minimales (récapitulées dans le Tableau 11) toujours assez nettement inférieure à la valeur actuelle. Le minimum d'insolation dont la valeur se rapproche le plus de la valeur actuelle est  $471.05 \text{ W/m}^2$ , mais il concerne une époque lointaine (stade 19.2, 777.5 kans BP). Le seul minimum d'insolation du solstice d'été à  $65^\circ\text{N}$  du dernier million d'années qui n'ait pas entraîné la fin d'une période interglaciaire se situe durant le stade 11.3, mais

sa valeur (492.11 W/m<sup>2</sup>, 420.5 kans BP) est assez nettement supérieure à la valeur actuelle. La valeur du seuil d'entrée en glaciation pourrait donc se situer dans l'intervalle 471–492 W/m<sup>2</sup>.

<i>stade</i>	<i>Actuel</i>	<i>5.4</i>	<i>7.4</i>	<i>9.2</i>	<i>11.2</i>	<i>13.2</i>	<i>15.4</i>	<i>17.4</i>	<i>19.2</i>	<i>21.4</i>
Époque (kans BP)	–0.5	115.8	231.3	323.2	398.5	516.8	610.0	704.1	777.5	854.7
Ins., 21 juin, 65°N	479.21	441.92	435.49	457.65	461.26	456.37	446.43	463.21	471.05	461.67

**Tableau 11** Amplitude des minima d'insolation du solstice d'été à 65°N ayant entraîné la fin d'une période interglaciaire.

## **VII.7. Conclusions et perspectives**

Nous avons rappelé dans ce chapitre que les notions d'états climatiques et de seuils qui les séparent étaient nécessaires pour expliquer les variations climatiques du dernier million d'années à partir des variations d'insolation.

Nous avons par ailleurs construit des modèles conceptuels reproduisant très finement les variations de volume de glace du dernier million d'années grâce à l'hypothèse qu'une déglaciation est déclenchée par la conjonction d'un fort volume de glace et d'une forte insolation d'été dans l'hémisphère nord. Ces deux variables semblent additives dans le franchissement de ce seuil : le volume de glace ou l'insolation doivent être suffisamment importants. Cette hypothèse nous permet également d'expliquer les variations de phase entre forçage de l'insolation et réponse climatique, cette évolution du déphasage étant conforme à ce qui est observé pour les terminaisons II et III.

Nous avons également construit des courbes synthétiques de CO<sub>2</sub> et de température antarctique pour le dernier million d'années, qui pourront être utilisées comme forçage pour les modèles de complexité intermédiaire et les modèles de calotte polaire.

Nos modèles conceptuels mettent en évidence la particularité du 2<sup>ème</sup> cycle climatique, avec des variations de niveau des mers, température Antarctique et CO<sub>2</sub> difficiles à expliquer simplement dans la cadre de la théorie astronomique des paléoclimats.

Nous avons ensuite examiné les prédictions des modèles conceptuels pour le futur, avec deux

scénarios possibles. Le premier correspond au franchissement du seuil d'entrée en glaciation aboutissant à une glaciation progressive atteignant son paroxysme dans environ 60 kans. Le deuxième prévoit un état interglaciaire durant exceptionnellement longtemps (50 kans) et très stable. Il est difficile de choisir entre ces deux possibilités, car les variations d'insolation de la Terre au cours des prochaines dizaines de milliers d'années n'ont pas d'équivalent durant le dernier million d'années.

Dans nos modèles conceptuels, la température Antarctique et le CO<sub>2</sub> sont prédits, mais ils ne jouent pas de rôle dans la succession des états climatiques. L'étape suivante serait donc de montrer grâce à un tel modèle conceptuel quel peut être le rôle du CO<sub>2</sub> et de l'hémisphère sud dans ces cycles glaciaire – interglaciaire. Cette étude pourrait se baser sur les archives nombreuses et bien datées de la dernière déglaciation.

Pour aller plus loin dans la compréhension physique du système climatique, nous pourrions également interpréter physiquement grâce à un modèle de complexité intermédiaire, les notions d'états climatiques et de seuils. Notamment, il reste à comprendre :

- à quelle organisation du système climatique correspondent les états « glaciation » et « déglaciation » ;
- pourquoi, dans le franchissement d'un seuil de déglaciation, le volume de glace et l'insolation d'été de l'hémisphère nord sont additifs.

Nous avons émis une hypothèse impliquant la calotte Laurentide. La fonte de cette calotte pourrait provoquer une arrivée d'eau très au sud de l'Atlantique Nord, ce qui induirait un changement dans la circulation thermohaline qui n'aurait pas d'équivalent parmi les épisodes de fonte du reste du glaciaire. Cette hypothèse devra être testée avec des modèles plus complexes.

# Chapitre VIII : Conclusions et perspectives

L'objectif de cette thèse était d'apporter des éléments nouveaux concernant la théorie astronomique des paléoclimats au travers de deux outils : les modèles conceptuels et la datation glaciologique des forages polaires grâce à une méthode inverse. Nous avons tenté de répondre à plusieurs questions :

1. les variations climatiques du climat du Quaternaire peuvent-elles être expliquées simplement à partir des variations orbitales de la Terre ?
2. des variations de phase entre les changements d'insolation de la Terre et les changements climatiques sont-elles incompatibles avec la théorie astronomique des paléoclimats ?
3. observe-t-on de telles variations de phase entre insolation et climat dans les enregistrements de l'Antarctique ? Quel crédit donner à l'enregistrement de Devils Hole, montrant une avance du volume de glace par rapport à l'insolation de plus de 10 000 ans lors de certaines déglaciations ?
4. quel est l'enchaînement des événements lors des transitions climatiques à Vostok, notamment entre variation de température locale et variation de concentration en gaz à effet de serre ?

Les modèles conceptuels nous apportent une réponse schématique quant aux deux premiers points. En effet, ils montrent que les variations du volume de glace de la Terre lors du dernier million d'années peuvent être expliquées grâce à un modèle très simple forcé seulement par l'obliquité et l'insolation du solstice d'été à 65°N. En particulier, nous avons réussi à justifier conceptuellement pourquoi les transitions les plus importantes de niveau des mers du dernier million d'années ont eu lieu lorsque les variations d'insolation étaient les plus faibles, et vice et versa. Par ailleurs, nous avons suggéré la particularité de la réponse climatique à l'insolation lors du 2<sup>ème</sup> cycle climatique (entre 140 et 250 mille ans).

Concernant le deuxième point, nous avons démontré que des variations faibles (quelques milliers d'années) de déphasage insolation-climat lors des déglaciations n'étaient pas incompatibles avec la théorie de Milankovitch. Les variations de phase simulées par nos modèles conceptuels sont en outre en accord avec ce que suggèrent les observations pour les terminaisons II et III.

Entre autres, les réponses apportées par les modèles conceptuels mettent en évidence que les notions d'états climatiques et de seuils peuvent être les clefs de la compréhension des cycles glaciaire-interglaciaire. Nous avons montré que la réponse de la Terre peut facilement être décrite par deux états : glaciation et déglaciation. Le premier caractérise une tendance de la Terre à

s'englacer de plus en plus, du fait de la rétroaction climatique liée à l'albédo des calottes polaires. Le second correspond à un brusque retour à des conditions interglaciaires plus chaudes, et cet état est plus difficile à comprendre physiquement. Concernant l'entrée en déglaciation, nous avons montré que le volume de glace et l'insolation d'été de l'hémisphère nord semblent additifs dans le franchissement de ce seuil : un fort volume de glace et une forte insolation sont nécessaires. Il reste à expliquer d'un point de vue plus physique le franchissement de ce seuil et l'état de déglaciation. Il semble cependant que le fort volume de glace nécessaire aux déglaciations complètes puissent être mis en relation avec la présence de la calotte Laurentide lors des maxima glaciaires.

L'obtention de courbes de CO<sub>2</sub> et de température antarctique pour le dernier million d'années forme une autre application des modèles conceptuels. Ces courbes pourront être utilisées comme forçage aux modèles de complexité intermédiaire et aux modèles de calotte polaire. Par ailleurs, l'application de nos modèles au futur montre que deux scénarios sont envisageables : soit un état interglaciaire exceptionnellement long et stable (encore 50 000 ans), soit une entrée progressive en période glaciaire. En effet, bien que l'insolation lors du stade 11 ait également connu des faibles variations d'insolation, celles des prochaines dizaines de milliers d'années sont encore nettement plus faibles et n'ont pas d'équivalent strict dans le Quaternaire.

Nous avons ensuite tenté de répondre aux troisième et quatrième questions grâce à l'application d'une méthode inverse aux modèles de datations glaciologiques des forages antarctiques. Nous avons montré l'intérêt d'une telle méthode pour aborder le problème des incertitudes des datations glaciologiques, et pour optimiser ces dernières à partir d'informations chronologiques indépendantes. Ajoutons que la conception et la réalisation informatique de cette méthode inverse, ainsi que la gestion des modèles de datation glaciologique a constitué une part importante de ce travail de thèse.

Concernant la question des déphasages observés entre insolation et climat, nous avons confirmé, grâce à l'étude de la chronologie glaciologique de Dôme Fuji, que l'enregistrement de Devils Hole n'est pas global et que les durées des interglaciaires comme décrites par la température antarctique sont significativement inférieures à celles documentées à Devils Hole. Par ailleurs, nous avons montré que le déphasage entre insolation et température antarctique semble constant dans le temps, même si ce résultat demande confirmation. Les déphasages que nous suggérions dans le cas de Vostok pourraient être un artefact du modèle de datation glaciologique.

Par ailleurs, le modèle de datation glaciologique utilisé semble réaliste à quelques milliers d'années près dans le cas des dômes (Dôme C et Dôme Fuji), alors que son application au cas de Vostok pose plus de problèmes. Cela démontre l'intérêt de forer à un dôme en qui concerne les problèmes de chronologie. Nous avons par ailleurs confirmé que dans le cas d'un dôme,

l'amincissement dans le haut du glacier est plus fort que le long du reste de la ligne d'écoulement. Nous suggérons de plus que l'estimation classique de l'accumulation des périodes glaciaires par la relation de pression de vapeur saturante associée à la relation spatiale isotope – température de surface est surestimée d'environ 30%.

La méthode inverse que nous avons développée est aussi d'un grand intérêt vis à vis du quatrième point car elle permet de traiter le problème de la différence entre âge du gaz et âge de la glace dans les carottes polaires. Cet élément est essentiel pour comprendre l'enchaînement des événements climatiques lors des grandes transitions, mais aussi pour estimer le changement de température et d'accumulation et pour évaluer l'amincissement sur le site de forage. Cependant, à Vostok, l'évaluation de la différence de profondeur entre les bulles d'air et la glace d'un même âge a montré des résultats paradoxaux, que nous n'avons pas réussi à expliquer. D'autres analyses, notamment sur la carotte de Dôme C, permettront d'avoir un autre éclairage sur ce problème, d'autant plus que nous pourrons exploiter le profil de température mesuré dans le trou de forage.

Le nouveau forage à Dôme C paraît très prometteur pour examiner avec plus de précision les problèmes de chronologie et de différence entre âge du gaz et âge de la glace. En effet, grâce aux mesures fines de méthane, de CO<sub>2</sub>, de béryllium 10, etc. qui sont en cours, grâce à la localisation de ce forage à un dôme, et grâce aux datations précises obtenues récemment par la méthode U–Th dans d'autres enregistrements, nous pouvons espérer obtenir dans les années à venir une chronologie de Dôme C à moins de mille ans pour toute la dernière période glaciaire et à quelques milliers d'années sur la majeure partie de ce forage.



# Références bibliographiques

The Greenland Summit Ice Cores CD-ROM. Available from the National Snow and Ice Data Center, University of Colorado at Boulder, and the World Data Center-A for Paleoclimatology, National Geophysical Data Center, Boulder, Colorado, 1997.

Alley, R. B., Firn densification by grain boundary sliding: a first model, *J. Phys. (Paris)*, 1987.

Alley, R. B., A. J. Gow, S. J. Johnsen, J. Kipfstuhl, D. A. Meese and T. Thorsteinsson, Comparison of deep ice cores, *Nature*, 373(6513), 393–394, 2/2/1995.

Alley, R. B., D. A. Meese, C. A. Shuman, A. J. Gow, K. C. Taylor, P. M. Grootes, J. W. C. White, M. Ram, E. D. Waddington, P. A. Mayewski and G. A. Zielinski, Abrupt increase in Greenland snow accumulation at the end of the Younger Dryas event, *Nature*, 362(6420), 527–529, 8/4/1993.

Alley, R. B., C. A. Shuman, D. A. Meese, A. J. Gow, K. C. Taylor, K. M. Cuffey, J. J. Fitzpatrick, P. M. Grootes, G. A. Zielinski, M. Ram, G. Spinelli and B. Elder, Visual-stratigraphic dating of the GISP2 ice core: Basis, reproductibility, and application, *J. geophys. Res.*, 102(C12), 26,367–26,381, 1997.

Arnaud, L., *Modélisation de la transformation de la neige en glace à la surface des calottes polaires; Etude du transport des gaz dans ces milieux poreux*. Thèse de doctorat, Univ. J. Fourier, Grenoble, 1997.

Arnaud, L., J.-M. Barnola and P. Duval, Physical modeling of the densification of snow/firn and ice in the upper part of polar ice sheets. Dans *Physics of ice core records*, T. Hondoh, éditeur. Hokkaido University Press, Sapporo, Japan, 2000.

Arzt, E., The influence of an increasing particle coordination on the densification of spherical powders, *Acta Metall.*, 1982.

Augustin, L. and A. Antonelli, The EPICA deep drilling program, *Mem. Nat. Inst. Polar Res.*, 56, 2002.

Baerstchi, P., Absolute  $^{18}\text{O}$  content of standard mean ocean water, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 31, 341–344, 1976.

Bard, E., F. Antonioli and S. Silenzi, Sea-level during the penultimate interglacial period based on a submerged stalagmite from Argentarola Cave (Italy), *Earth Planet. Sci. Lett.*, 196(3–4), 135–146, 2002.

Bard, E., G. M. Raisbeck, F. Yiou and J. Jouzel, Solar modulation of cosmogenic nuclide production over the last millennium: comparison between  $^{14}\text{C}$  and  $^{10}\text{Be}$  records, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 150, 453–462, 1997.

- Barkov, N. I., Results of the study of a borehole and ice core at Vostok station 1970–1972, *Materialy Glysiologicheskikh Issledovaniy Khronika Obsuzhdeniya (in Russian)*, 22, 77–81, 1973.
- Barkov, N. I. and F. G. Gordienko, Isotope studies of ice cores from Vostok Antarctica down to the depth of 950m, *Report of academy of Sciences USSR (in Russian)*, 230(3), 656–659, 1976.
- Barkov, N. I. and N. N. Uvarov, Geophysical investigations of the borehole at Vostok station in 1970, *Soviet Antarctic Expedition Information Bulletin*, 8(7), 380–383, 1973.
- Barnola, J.–M., P. Pimienta, D. Raynaud and Y. S. Korotkevich, CO<sub>2</sub>–climate relationship as deduced from the Vostok ice core: a re–examination based on new measurements and a re–evaluation of the air dating, *Tellus, Ser. B*, 43, 83–90, 1991.
- Barnola, J.–M., D. Raynaud, Y. S. Korotkevich and C. Lorius, Vostok ice core provides 160,000–years record of atmospheric CO<sub>2</sub>, *Nature*, 329, 408–414, 1987.
- Basile, I., F. E. Grousset, M. Revel, J. R. Petit, P. Biscaye and N. I. Barkov, Patagonian origin of glacial dust deposited in East Antarctica (Vostok and Dome C) during glacial stages 2, 4 and 6., *Earth Planet. Sci. Lett.*, 146(3–4), 573–589, 1997.
- Basile, I, *Origine des aérosols volcaniques de la carotte de glace de Vostok (Antarctique)*. Thèse de doctorat, Univ. Joseph Fourier, 1997.
- Basile, I., J. R. Petit, S. Touron, F. E. Grousset and N. Barkov, Volcanic layers in Antarctic (Vostok) ice cores: Source identification and atmospheric implications, *J. Geophys. Res.*, 106(D23), 31,915–31,931, 2001.
- Bassinot, F. C., L. D. Labeyrie, E. Vincent, X. Quidelleur, N. J. Shackleton and Y. Lancelot, The astronomical theory of climate and the age of the Brunhes–Matuyama magnetic reversal, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 126(1–3), 91–108, 1994.
- Beer, J., S. J. Johnsen, G. Bonani, R. C. Finkel, C. C. Langway, H. Oeschger, B. Stauffer, M. Suter and W. Wölfi, <sup>10</sup>Be peaks as time markers in polar ice cores. Dans *The last deglaciation: Absolute and radiocarbon chronologies*, E. Bard and W. S. Broecker, éditeurs. Springer–Verlag, New York, 1992.
- Bender, M., T. Sowers, M. L. Dickson, J. Orchado, P. Grootes, P. A. Mayewski and D. A. Meese, Climate connection between Greenland and Antarctica during the last 100,000 years, *Nature*, 372(6507), 663–666, 1994.
- Bender, M., T. Sowers and L. D. Labeyrie, The Dole effect and its variation during the last 130,000 years as measured in the Vostok core, *Glob. Biogeochem. Cycles*, 8(3), 363–376, 1994.
- Berger, A, Milankovitch theory and climate, *Rev. Geophys.*, 26, 624–657, 1988.
- Berger, A. L, Long–term variations of daily insolation and Quaternary climatic change, *J. Atmos. Sci.*, 35, 2362–2367, 1978.

- Berger, W. H., T. Bickert, M. K. Yasuda and G. Wefer, Reconstruction of atmospheric CO<sub>2</sub> from ice-core data and the deep-sea record of Onton Java plateau, *Geol. Rundsch.*, 85, 466–495, 1996.
- Biscaye, P. E., F. E. Grousset, M. Revel, S. Van der Gaast, G. A. Zielinski, A. Vaars and G. Kukla, Asian provenance of glacial dust (stage 2) in the Greenland Ice Sheet Project 2 Ice Core, Summit, Greenland, *J. Geophys. Res.*, 102(C12), 26765–26781, 1997.
- Blunier, T., J. Schwander, J. Chappellaz and F. Parrenin, Antarctic Last Glacial Temperature Deduced from  $\delta$ age, *Geophys. Res. Let.* (submitted).
- Blunier, T. and E. J. Brook, Timing of millennial-scale climate change in Antarctica and Greenland during the last glacial period, *Science*, 291(5501), 109–112, 2001.
- Bond, G., W. S. Broecker, S. J. Johnsen, J. Mc Manus, L. D. Labeyrie, J. Jouzel and G. Bonani, Correlations between climate records from North Atlantic sediments and Greenland ice, *Nature*, 365(6642), 143–147, 1993.
- Caillon, N., J. Severinghaus, J. Jouzel, J.–M. Barnola, J. Kang and V. Lipenkov, Timing of CO<sub>2</sub> and Antarctic temperature changes across termination III, *In preparation*.
- Caillon, N., J. P. Severinghaus, J.–M. Barnola, J. C. Chappellaz, J. Jouzel and F. Parrenin, Estimation of temperature change and of gas age–ice age difference, 108 kyr B.P., at Vostok, Antarctica, *J. Geophys. Res.*, 106(D23), 2001.
- Caillon, N, *Composition isotopique de l'air piégé dans les glaces polaires : outil de paléothermométrie*. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 2001.
- Calder, N, Arithmetic of ice ages, *Nature*, 252, 216–218, 1974.
- Chappellaz, J., J.–M. Barnola, D. Raynaud, Y. S. Korotkevich and C. Lorius, Ice-core record of atmospheric methane over the past 160,000 years, *Nature*, 345(6271), 127–131, 1990.
- Chesner, C. A., W. I. Rose, A. Deino, R. Drake and J. A. Westgate, Eruptive history of Earth's largest Quaternary caldera (Toba, Indonesia) clarified, *Geology*, 19, 200–203, 1991.
- Connolley, W. M, The Antarctic temperature inversion, *Int. J. Climatol.*, 16(1333–1342), 1996.
- Cortijo, E, Les variations rapides du climat dans l'océan Atlantique nord au cours des 60 000 dernières années, *La Météorologie*, 8(21), 13–29, 1998.
- Craig, H, Standards for reporting concentrations of deuterium and oxygen-18 in natural water, *Science*, 133, 1833–1834, 1961.
- Craig, H, Isotopic variations in meteoric waters, *Science*, 133, 1702–1703, 1961.
- Cuffey, K. M., G. D. Clow, R. B. Alley, M. Stuiver, E. D. Waddington and R. W. Saltus, Large

- Arctic temperature change at the Winconsin–Holocene glacial transition, *Science*, 270, 455 – 458, 1995.
- Cuffey, K. M. and F. Vimeux, Covariation of carbon dioxide and temperature from the Vostok ice core after deuterium–excess correction, *Nature*, 421, 523–527, 2001.
- Dahl–Jensen, D, Two dimensional thermomechanical modelling of flow and depth–age profiles at Crête, central Greenland, *Ann. Glaciol.*, 12, 1989.
- Dahl–Jensen, D., K. Mosegaard, N. Gundestrup, G. D. Clow, S. J. Johnsen, A. W. Hansen and N. Balling, Past temperatures directly from the Greenland ice sheet, , 282, 268–271, 1998.
- Dansgaard, W, Stable isotopes in precipitation, *Tellus*, 16, 436–468, 1964.
- Dansgaard, W., S. J. Johnsen, H. B. Clausen, D. Dahl–Jensen, N. S. Gunderstrup, C. U. Hammer, J. P. Steffensen, A. Sveinbjörnsdottir, J. Jouzel and G. Bond, Evidence for general instability of past climate from a 250–kyr ice–core record, *Nature*, 364, 218–220, 1993.
- Dansgaard, W., S. J. Johnsen, Moller J. and C. C. Langway, One thousand centuries of climatic record from Camp Century on the Greenland ice sheet, *Science*, 166, 377–381, 1969.
- Delaygue, G., J. Jouzel, V. Masson, R. D. Koster and E. Bard, Validity of the isotopic thermometer in central Antarctica: limited impact of glacial precipitation seasonality and moisture origin, *Geophys. Res. Lett.*, 27(17), 2677–2680, 2000.
- Drewry, D. J, Antarctica: glaciological and geophysical map folio. Map, 1983.
- EPICA members, EPICA annual report. Rapport technique, 2002.
- Emiliani, C, Pleistocene temperatures, *J. Geol.*, 63, 538–578, 1955.
- Epstein, S., R. P. Sharp and A. J. Gow, Antarctic ice sheet : stable isotope analyses of Byrd station cores and interhemispheric climatic implications, *Science*, 168, 1570–1572, 1970.
- Fujii, Y., M. Kohno, H. Motoyama, S. Matoba, O. Watanabe, S. Fujita, N. Azuma, T. Kikuchi, T. Fukuoka and T. Suzuki, Tephra layers in the Dome Fuji (Antarctica) deep ice core, *Ann. Glaciol.*, 29, 126–130, 1999.
- GRIP Members, Climate instability during the last interglacial period recorded in the GRIP ice core, *Nature*, 364, 203–207, 1993.
- Gelman, A., J. Carlin, H. Stein and D. Runbin, *Bayesian data analysis*, New York, 1995. Chapman and Hall, New York, 1995.
- Geman, S. and D. Geman, Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images, *IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Int.*, 6, 721–741, 1984.
- Genty, D., D. Blamart, R. Ouhadi, M. Gilmour, A. Baker, J. Jouzel and S. Van–Exter, Greenland ice

core chronologies constrained by Dansgaard–Oeschger events preserved in a SW–France stalagmite (31–82 ka), *submitted to Nature*, 2002.

Gipp, M. R., Interpretation of climate dynamics from phase space portraits : Is the climate system strange or just different?, *Paleoceanography*, 16, 335–351, 2001.

Gow, A. J., F. de Blander, G. Crozaz and E. Picciotto, Snow accumulation at "Byrd" station, Antarctica, *J. Glaciol.*, 11(61), 59–64, 1972.

Grootes, P. M., M. Stuiver, J. W. C. White, S. Johnsen and J. Jouzel, Comparison of oxygen isotope record from the GISP2 and GRIP Greenland ice cores, *Nature*, 366(6455), 552–554, 9/12/1993.

Grousset, F. E., P. E. Biscaye, M. Revel, J. R. Petit, K. Pye, S. Joussaume and J. Jouzel, Antarctic (Dome C) ice core dust at 18 k.y. B.P.: isotopic constraints on origins, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 111(1), 175–182, 1992.

Hageman, R., G. Nief and E. Roth, Absolute isotopic scale for deuterium analysis of natural waters. absolute D/H ratio for SMOW, *Tellus*, 22, 712–715, 1970.

Hammer, C. U., H. B. Clausen and C. C. Langway, Electrical conductivity method (ECM) stratigraphic dating of the Byrd Station ice core, Antarctica, *Ann. Glaciol.*, 20, 115–120, 1994.

Hammer, C. U., H. B. Clausen and H. Tauber, Pleistocene/Holocene boundary applied to the calibration of the  $^{14}\text{C}$  time scale, *Radiocarbon*, 28, 284–291, 1986.

Hammer, C. U., K. K. Andersen, H. B. Clausen, D. Dahl–Jensen, C. S. Hvidberg and P. Iversen, The stratigraphic dating of the GRIP ice core. Special report of the geophysical department, Niels Bohr Institute for Astronomy, Physics and Geophysics, University of Copenhagen, 1997.

Hays, J. D., J. Imbrie and N. J. Shackleton, Variations in the Earth's orbit: pacemaker of the ice ages, *Science*, 194(4270), 1121–1132, 1976.

Henderson, G. M. and N. C. Slowey, Evidence from U–Th dating against northern hemisphere forcing of the penultimate deglaciation, *Nature*, 404(6773), 61–66, 2000.

Herbert, T. D., J. D. Schuffert, D. Andreasen, L. Heusser, M. Lyle, A. Mix, A. C. Ravelo, L. D. Stott and J. Herguera, Collapse of the California Current during glacial maxima linked to climate change on land, *Science*, 293, 71–76, 2001.

Herron, M. M. and C. C. Langway, Firn densification: an empirical model, *J. Glaciol.*, 25(95), 373–385, 1980.

Howard, W., A warm future in the past, *Nature*, 388(6641), 418–419, 1997.

Imbrie, J., J. D. Hays, D. G. Martinson, A. McIntyre, A. C. Mix, J. J. Morley, N. G. Pisias, W. L. Prell and N. J. Shackleton, The orbital theory of Pleistocene climate: support from a revised chronology of the marine  $\delta^{18}\text{O}$  record. Dans *Milankovitch and climate, part 1*, A. Berger, J. Imbrie, J. Hays, G. Kukla and B. Saltzman, éditeurs. D. Riedel, Hingham, MA, 1984.

Imbrie, J. and J. Z. Imbrie, Modeling the climatic response to orbital variations, *Science*, 207, 943–953, 1980.

Intergovernmental Panel on Climate Change, *A report of working group I*, 2001.

Johnsen, S. J., H. B. Clausen, W. Dansgaard, K. Fuhrer, N. Gundestrup, C. U. Hammer, P. Iversen, J. Jouzel, B. Stauffer and J. P. Steffensen, Irregular glacial interstadials recorded in a new Greenland ice core, *Nature*, 359, 311–313, 1992.

Johnsen, S. J., D. Dahl–Jensen, W. Dansgaard and N. S. Gundestrup, Greenland temperatures derived from GRIP bore hole temperature and ice core isotope profiles, *Tellus*, 47b(5), 624–629, 1995.

Johnsen, S. J., W. Dansgaard and J. W. White, The origin of Arctic precipitation under present and glacial conditions, *Tellus*, 41(B), 452–469, 1989.

Joussaume, S, *Climat d'hier à demain*, 1999.

Jouzel, J, Les calottes polaires : enregistreurs de la géochimie de l'atmosphère et des climats. Dans *Introduction à la géochimie et ses applications. Tome 2 : transferts des éléments. Evolution géochimique des domaines exogènes.*, R. M. Treuil, éditeur. Editions Thierry Parquet, Paris, 1997.

Jouzel, J, Isotopes in cloud physics : multisteps and multistages processes. Dans *Handbook of Environmental Isotopes Geochemistry, vol. 2 : "the terrestrial environment B"*. Elsevier, 1986.

Jouzel, J., C. Lorius, S. J. Johnsen and P. Grootes, Climate instabilities : Greenland and Antarctic records, *C. R. Acad. Sci. Paris*, t 319, série II, 65–77, 1994.

Jouzel, J. and L. Merlivat, Deuterium and oxygen 18 in precipitation : modeling of the isotopic effects during snow formation, *J. Geophys. Res.*, 89, 11749–11757, 1984.

Jouzel, J., G. L. Russell, R. J. Suozzo, R. D. Koster, J. W. C. White and W. S. Broecker, Simulations of the HDO and H<sub>2</sub><sup>18</sup>O atmospheric cycles using the NASA/GISS general circulation model : the seasonal cycle for present–day conditions, *J. Geophys. Res.*, 92, 14739–14760, 1987.

Jouzel, J., F. Vimeux, N. Caillon, G. Delaygue, G. Hoffmann, V. Masson and F. Parrenin, Temperature reconstructions from Antarctic ice cores, *J. Geophys. Res.*, *soumis*, 2002.

Jouzel, J., G. Hoffmann, F. Parrenin and C. Waelbroeck, Atmospheric oxygen 18 and sea–level changes, *Quat. Sci. Rev.*, 21(13), 307–314, 2002.

Jouzel, J., C. Lorius, J.–R. Petit, C. Genthon, N. I. Barkov, V. M. Kotlyakov and V. M. Petrov, Vostok ice core: a continuous isotope temperature record over the last climatic cycle (160,000 years), *Nature*, 329(6138), 403–408, 1987.

Jouzel, J., C. Waelbroeck, B. Malaize, M. Bender, J.–R. Petit, M. Stievenard, N. I. Barkov, J. M. Barnola, T. King, V. M. Kotlyakov, V. Lipenkov, C. Lorius, D. Raynaud, C. Ritz and T. Sowers, Climatic interpretation of the recently extended Vostok ice records, *Clim. Dyn.*, 12, 513–521,

1996.

- Kapitza, A. P., J. K. Ridley, G. d. Q. Robin, M. J. Siegert and I. A. Zotikov, A large deep freshwater lake beneath the ice of central East Antarctica, *Nature*, 381, 684–686, 1996.
- Krinner, G, *Simulations du climat des calottes de glace*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, 1997.
- Landwehr, J. M, Ice core depth–age relation for Vostok  $\delta D$  and Dome Fuji  $\delta^{18}O$  records based on the Devils Hole paleotemperature chronology. <http://water.usgs.gov/pubs/of/ofr02–266o>, 2002.
- Landwehr, J. M. and I. J. Winograd, Dating the Vostok ice core by importing the Devils Hole chronology, *J. Geophys. Res.*, 106(D23), 31,853–31,861, 2001.
- Laskar, J, The chaotic motion of the solar system: a numerical estimate of the size of the chaotic zones, *Icarus*, 88, 266–291, 1990.
- Le Meur, E. and P. Huybrechts, A comparison of different ways of dealing with isostasy: examples from modeling the Antarctic ice sheet during the last glacial cycle., *Ann. Glaciol.*, 23, 309–317, 1996.
- Le Roux, O, Etude des poussières déposées dans la carotte de glace de Dôme Concordia (Antarctique de l’Est) lors des 250 000 dernières années. Stage de DUT mesures physiques, I.U.T. de Rouen, 2002.
- Li, X. S., A. Berger and M. F. Loutre,  $CO_2$  and Northern Hemisphere ice volume variations over the middle and late Quaternary, *Clim. Dyn.*, 14(7–8), 537–544, 1998.
- Lliboutry, L, A critical review of analytical approximate solutions for steady state velocities and temperature in cold ice sheets, *Z. Gletscherkd. Glacialgeol.*, 15(2), 135–148, 1979.
- Lorius, C., J. Jouzel, C. Ritz, L. Merlivat, N. I. Barkov, Y. S. Korotkevitch and V. M. Kotlyakov, A 150,000–years climatic record from Antarctic ice, *Nature*, 316, 591–596, 1985.
- Lorius, C. and L. Merlivat, Distribution of mean surface stable isotope values in east Antarctica. Observed changes with depth in a coastal area. Dans *Isotopes and impurities in snow and ice. proceedings of the grenoble symposium aug./sep. 1975*, volume 118 of *IAHS Publication*. IAHS, Vienna, 1977.
- Lorius, C., L. Merlivat, J. Jouzel and M. Pourchet, A 30,000 yr isotope climatic record from Antarctic ice, *Nature*, 280, 644–648, 1979.
- Martinson, D. G., N. G. Pisias, J. D. Hays, J. Imbrie, T. C. Moore and N. J. Shackleton, Age dating and the orbital theory of the ice ages: development of a high–resolution 0–300,000 years chronostratigraphy, *Quat. Res.*, 27, 1–30, 1987.
- Mayewski, P. A., M. S. Twickler, S. I. Whitlow, L. D. Meeker, Q. Yang, J. Thomas, K. Kreutz, P. M. Grootes, D. L. Morse, E. J. Steig, E. D. Waddington, E. S. Saltzman, P. Y. Whung and K. C.

- Taylor, Climate change during the last deglaciation in Antarctica, *Science*, 272(5268), 1636–1638, 1996.
- Meese, D. A., A. J. Gow, R. B. Alley, G. A. Zielinski, P. M. Grootes, M. Ram, K. C. Taylor, P. A. Mayewski and J. F. Bolzan, The Greenland Ice Sheet Project 2 depth–age scale: Methods and results, *J. Geophys. Res.*, 102(C12), 26,411–26,423, 30/11/1997.
- Merlivat, L, Molecular diffusivities of H<sub>2</sub><sup>16</sup>O, HD<sup>16</sup>O, and H<sub>2</sub><sup>18</sup>O in gases, *J. Chem. Phys.*, 69(6), 2864–2871, 1978.
- Merlivat, L. and J. Jouzel, Global climatic interpretation of the deuterium–oxygen 18 relationship for precipitation, *J. Geophys. Res.*, 84, 5029–5033, 1979.
- Mosegaard, K. and A. Tarantola, *International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology*, 2002, type Probabilistic approach to inverse problems. Academic Press, 2002.
- Ninkovich, D., N. J. Shackleton, A. A. Abdel–Monem, J. D. Obradovich and G. Izett, K–Ar age of the Pleistocene eruption of Toba, north Sumatra, *Nature*, 276, 574–577, 1978.
- Ninkovich, D., R. S. J. Sparks and M. T. Ledbetter, The exceptional magnitude and intensity of the Toba eruption, Sumatra: An example of the use of deep–sea tephra layers as a geological tool, *Bull. Volcanol.*, 41(3), 286–298, 1978.
- Oerlemans, J, Model experiments on the 100,000–yr glacial cycle, *Nature*, 287, 430–432, 1980.
- Oerlemans, J, Glacial cycles and ice–sheet modelling, *Clim. Change*, 4, 353–374, 1982.
- Paillard, D, Glacial cycles: toward a new paradigm, *Rev. Geophys.*, 39(3), 325–346, 2001.
- Paillard, D., L. Labeyrie and P. Yiou, Macintosh program performs time–series analysis, *Eos Trans. AGU*, 77, 379, 1996.
- Paillard, D, The timing of Pleistocene glaciations from a simple multiple–state climate model, *Nature*, 391(6665), 378–381, 1998.
- Palais, J., P. Kyle, E. M. Thompson and E. Thomas, Correlation of a 3,200 year old tephra in ice cores from Vostok and South Pole stations, Antarctica, *Geophys. Res. Lett.*, 14(8), 804–807, 8/1987.
- Parrenin, F., J. Jouzel, C. Waelbroeck, C. Ritz and J.–M. Barnola, Dating the Vostok ice core by an inverse method, *J. Geophys. Res.*, 106(D23), 31,837–31,851, 2001.
- Peltier, W. R, Ice age paleotopography, *Science*, 265(5169), 195–201, 1994.
- Petit, J. R., J. Jouzel, D. Raynaud, N. I. Barkov, J.–M. Barnola, I. Basile, M. Bender, J. Chappellaz, M. Devis, G. Delaygue, M. Delmotte, V. M. Kotlyakov, M. Legrand, V. Y. Lipenkov, C. Lorius, L. Pepin, C. Ritz, E. Saltzman and M. Stievenard, Climate and atmospheric history of the past

420,000 years from the Vostok ice core, Antarctica, *Nature*, 399(6735), 429–436, 1999.

Petit, J.-R., L. Mounier, J. Jouzel, Y. S. Korotkevich, V. I. Kotlyakov and C. Lorius, Paleoclimatological and chronological implications of the Vostok core dust record, *Nature*, 343, 56–58, 1990.

Phillpot, H. R. and J. W. Zillman, The surface temperature inversion over the Antarctic continent, *J. Geophys. Res.*, 75(21), 4161–4169, 1970.

Pichon, J. J., L. D. Labeyrie, G. Bareille, M. Labracherie, M. Duprat and J. Jouzel, Surface waters temperature changes in the high latitudes of the southern ocean over the last glacial–interglacial cycle, *Paleoceanography*, 7(3), 289–318, 1992.

Pimienta, P., *Etude du comportement mécanique des glaces polycristallines aux faibles contraintes; applications aux glaces des calottes polaires*. Thèse de doctorat, Univ. J. Fourier, 1987.

Pimienta, P. and P. Duval, Rate controlling processes in the creep of polar glacier ice, *J. Phys. (Paris)*, 48(C1), 243–248, 1987.

Raisbeck, G. M., F. Yiou, E. Bard, D. Dollfus, J. Jouzel and J. R. Petit, Absolute dating of the last 7000 years of the Vostok ice core using  $^{10}\text{Be}$ , *Mineral. Mag.*, 62A, 1228, 1998.

Raisbeck, G. M., F. Yiou, D. Bourles, C. Lorius, J. Jouzel and N. I. Barkov, Evidence for two intervals of enhanced  $^{10}\text{Be}$  deposition in Antarctic ice during the last glacial period, *Nature*, 326, 273–277, 1987.

Ram, M. and G. Koenig, Continuous dust concentration profile of pre–Holocene ice from the Greenland Ice Sheet Project 2 ice core: Dust stadials, interstadials, and the Eemian, *J. Geophys. Res.*, 102(C12), 26,641–26,648, 1997.

Rasmussen, T. L., E. Thomsen, T. C. E. Van Weering and L. Labeyrie, Rapid changes in surface and deep water conditions at the Faeroe Margin during the last 58,000 years, *Paleoceanography*, 11(6), 757–771, 1996.

Raymo, M. E., The timing of major climate terminations, *Paleoceanography*, 12(4), 577–585, 1997.

Raymond, C. F., Deformation in the vicinity of ice divides, *J. Glaciol.*, 29(103), 357–373, 1983.

Ritz, C., *Exploitation du profil de température mesuré dans la calotte glaciaire au Dôme C (Antarctide Orientale)*. Thèse de doctorat, Université Scientifique et médicale de Grenoble, 1980.

Ritz, C., *Un modèle thermo–mécanique d'évolution pour le bassin glaciaire antarctique Vostok–glacier Byrd: sensibilité aux valeurs des paramètres mal connus*. Thèse d'état, Univ. J. Fourier, 1992.

Ritz, C., V. Rommelaere and C. Dumas, Modeling the Antarctic ice sheet evolution of the last 420,000 years: Implication for altitude changes in the Vostok region, *J. Geophys. Res.*, 106(D23), 31,943–31,964, 2001.

- Robin, G. d. Q, Ice cores and climatic changes, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Serie B*, 280, 143–168, 1977.
- Robinson, L. F., G. M. Henderson and N. C. Slowey, U–Th dating of marine isotope stage 7 in Bahamas slope sediments, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 196(3–4), 277–284, 2002.
- Rose, W. I. and C. A. Chesner, Dispersal of ash in the great Toba eruption, *Geology*, 15, 913–917, 1987.
- Rose, W. I. and C. A. Chesner, Worldwide dispersal of ash and gases from Earth's largest known eruption: Toba, Sumatra, 75 ka, *Palaeogeogr. Palaeoclimatol. Palaeoecol.*, 89, 269–275, 1990.
- Rémy, F., P. Shaeffer and B. Legrésy, Ice flow processes derived from the ERS–1 high–resolution map of the Antarctica and Greenland ice sheets, *Geophys. J. Int.*, 139, 645–656, 1999.
- Salamatin, A. N., V. Y. Lipenkov, N. I. Barkov, J. Jouzel, J. R. Petit and D. Raynaud, Ice core age dating and paleothermometer calibration on the basis of isotopes and temperature profiles from deep boreholes at Vostok station (East Antarctica), *J. Geophys. Res.*, 103, 8963–8977, 1998.
- Salamatin, A. N., V. Y. Lipenkov and K. V. Blinov, Vostok (Antarctica) climate record time–scale deduced from the analysis of a borehole–temperature profile, *Ann. Glaciol.*, 207 – 214, 1994.
- Salamatin, A. N., R. N. Vostretsov, J. R. Petit, V. Y. Lipenkov and N. I. Barkov, Geophysical and paleoclimatic implications of the stacked temperature profile from the deep borehole at Vostok station (Antarctica), *Mat. Glyatsiol.*, 85, 233–240, 1998.
- Schramm, A., M. Stein and S. L. Goldstein, Calibration of the  $^{14}\text{C}$  time scale to  $>40$  kyr by  $^{234}\text{U}$ – $^{230}\text{Th}$  dating of the lake Lisan sediments (last Glacial Dead Sea), *Earth Planet. Sci. Lett.*, 175, 27–40, 2000.
- Schulz, H., U. von Rad and H. Erlenkeuser, Correlation between Arabian Sea and Greenland climate oscillations of the past 110,000 years, *Nature*, 393, 54–57, 7/5/1998.
- Schwander, J., J. Jouzel, C. U. Hammer, J.–R. Petit, R. Udisti and E. Wolff, A tentative chronology of the EPICA Dome Concordia ice core, *Geophys. Res. Lett.*, 28(22), 4243–4246, 2001.
- Severinghaus, J., T. Sowers, E. Brook, R. Alley and M. Bender, Timing of abrupt climate change at the end of the younger dryas interval from thermally fractionated gases in polar ice., *Nature*, 391, 141 – 146, 1998.
- Severinghaus, J. P. and E. J. Brook, Abrupt climate change at the end of the last glacial period inferred from trapped air in polar ice, *Science*, 286, 930–934, 1999.
- Shackleton, N. J, The 100,000–year ice–age cycle identified and found to lag temperature, carbon dioxide, and orbital eccentricity, *Science*, 289(5486), 1897–1902, 2000.
- Shackleton, N. J., M. A. Hall and E. Vincent, Phase relationships between millennial–scale events 64,000–24,000 years ago, *Paleoceanography*, 15(6), 565–569, 2000.

- Siani, G., M. Paternò, E. Michel, R. Sulpizio, A. Sbrana, M. Arnold and G. Haddad, Mediterranean sea surface radiocarbon reservoir age changes since the last glacial maximum, *Science*, 294(5548), 1917–1920, 2001.
- Southon, J., A first step to reconciling the GRIP and GISP2 ice-core chronologies, 0–14,500 yr B.P., *Quat. Res.*, 57, 32–37, 2002.
- Sowers, T. and M. Bender, Climate records covering the last deglaciation, *Science*, 269, 210–214, 1995.
- Sowers, T., M. Bender, L. Labeyrie, J. Jouzel, D. Raynaud, D. Martinson and Y. Korotkevich, 135 000 year Vostok – SPECMAP common temporal framework, *Paleoceanography*, 8(6), 737–766, 1993.
- Sowers, T. A., M. Bender, D. Raynaud and Y. L. Korotkevich, The  $\delta^{15}\text{N}$  of  $\text{O}_2$  in air trapped in polar ice : a tracer of gas transport in the firn and a possible constraint on ice age–gas age differences, *J. Geophys. Res.*, 97(15), 15683 –15697, 1992.
- Steig, E., E. Brook, J. White, C. Sucher, M. Bender, S. Lehman, D. Morse, E. Waddington and G. Clow, Synchronous climate changes in Antarctica and the north Atlantic, *Nature*, 282(5386), 92–956, 1998.
- Stenni, B., V. Masson, S. J. Johnsen, J. Jouzel, E. Longinelli, E. Monnin, R. Roethlisberger and E. Selmo, An oceanic cold reversal during the last deglaciation, *Science*, 293, 2001.
- Stephens, B. B. and R. F. Keeling, The influence of Antarctic sea ice on glacial–interglacial  $\text{CO}_2$  variations, *Nature*, 404(6774), 171–174, 2000.
- Tabacco, I. E., A. Passerini, F. Corbelli and M. Gorman, Determination of the surface and bed topography at Dome C, East Antarctica, *J. Glaciol.*, 44, 185–191, 1998.
- Tarantola, A., *Inverse problem theory: methods for data fitting and model parameter estimation*, New York, 1987. Elsevier Sci., New York, 1987.
- Taylor, K. C., C. U. Hammer, R. B. Alley, H. B. Clausen, D. Dahl–Jensen, A. J. Gow, N. S. Gundestrup, J. Kipfstuhl, J. C. Moore and E. D. Waddington, Electrical conductivity measurements from the GISP2 and GRIP Greenland ice cores, *Nature*, 366(6455), 549–552, 9/12/1993.
- Vernekar, A. D., Long–period global variations of incoming solar radiation, *Meteorol. Monogr.*, 12(34), 1972.
- Vimeux, F., K. Cuffey, J. Jouzel, M. Stievenard and J. R. Petit, New Insights into Southern Hemisphere temperature changes from Vostok ice cores using deuterium excess correction, *In preparation*, 2002.
- Vostretov, R. N., D. N. Dmitriyev, O. F. Putikov, K. V. Blinov and S. V. Mitin, The main results of geophysical studies of deep boreholes and ice core in East Antarctica, *Materialy*

- Waelbroeck, C., L. Labeyrie, E. Michel, J. C. Duplessy, J. F. McManus, E. Balbon and M. Labracherie, Sea-level and deep water temperature changes derived from benthic foraminifera isotopic records, *Quat. Sci. Rev.*, 21(1–3), 295–305, 2002.
- Waelbroeck, C., J.–C. Duplessy, E. Michel, L. Labeyrie, D. Paillard and J. Duprat, The timing of the last deglaciation in North Atlantic climate records, *Nature*, 412, 724–727, 2001.
- Waelbroeck, C., J. Jouzel, L. Labeyrie, C. Lorius, M. Labracherie and M. Stiévenard, A comparison of the Vostok ice deuterium record and series from Southern Ocean core md 88–770 over the last two glacial–interglacial cycles, *Clim. Dyn.*, 12(2), 113–123, 1995.
- Wagner, G., J. Beer, C. Laj, C. Kissel, J. Masarik, R. Muscheler and H. A. Synal, Chlorine–36 evidence for the Mono Lake event in the Summit GRIP ice core, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 181, 1–6, 2000.
- Wang, Y. J., H. Cheng, R. L. Edwards, Z. S. An, J. Y. Wu, C. C. Shen and J. A. Dorale, A high-resolution absolute-dated late Pleistocene Monsoon record from Hulu Cave, China., *Science*, 294(5550), 2345–8, 2001.
- Watanabe, O., J. Jouzel, F. Parrenin, H. Shoji and J. Johnsen, Remarkable temperature change similarities accross Antartica during the last three glacial–interglacial cycles, *Submitted to Nature*, 2002.
- Watanabe, O., K. Kamiyama, H. Motoyama, Y. Fujii, H. Shoji and K. Satow, The paleoclimate record in the ice core at Dome Fuji station, East Antarctica, *Ann. Glaciol.*, 29, 176–178, 1999.
- Yiou, F., G. M. Raisbeck, S. Baumgartner, J. Beer, C. Hammer, J. Johnsen, J. Jouzel, P. W. Kubik, J. Lestringuez, M. Stievenard, M. Suter and P. Yiou, Beryllium 10 in the Greenland Ice Core Project ice core at Summit, Greenland, *J. Geophys. Res.*, 102, 26,783–26,794, 1997.
- Zielinski, G. A., P. A. Mayewski and K. Taylor, Potential atmospheric impact of the Toba mega-eruption 71,000 years ago, *Geophys. Res. Lett.*, 23(8), 837, 1996.
- de Angelis, M., N. I. Barkov and V. N. Petrov, Aerosol concentrations over the last climatic cycle (160 kyr) from an Antarctic ice core, *Nature*, 325(6102), 318–321, 1985.
- von Grafenstein, U., H. Erlenkeuser, J. Müller, J. Jouzel and S. Johnsen, The cold event 8200 years ago documented in oxygen isotope records of precipitation in Europe and Greenland, *Clim. Dyn.*, 14, 73–81, 1998.
- von Grafenstein, U., H. Erlenkeuser, A. Brauer, J. Jouzel and S. J. Johnsen, A mid–european decadal isotope–climate record from 15,500 to 5000 years B.P., *Science*, 284(5420), 1654–1657, 1999.

## Annexe A : Densité de la glace pure

La densité de la glace pure, d'après V. Lipenkov, en fonction de la température, est donnée par :

$$\rho_i = \rho_0(1 - \beta T),$$

avec  $\rho_0 = 0.9165$  et  $\beta = 1.53 \cdot 10^{-4}$  et  $T$ , la température exprimée en °C.

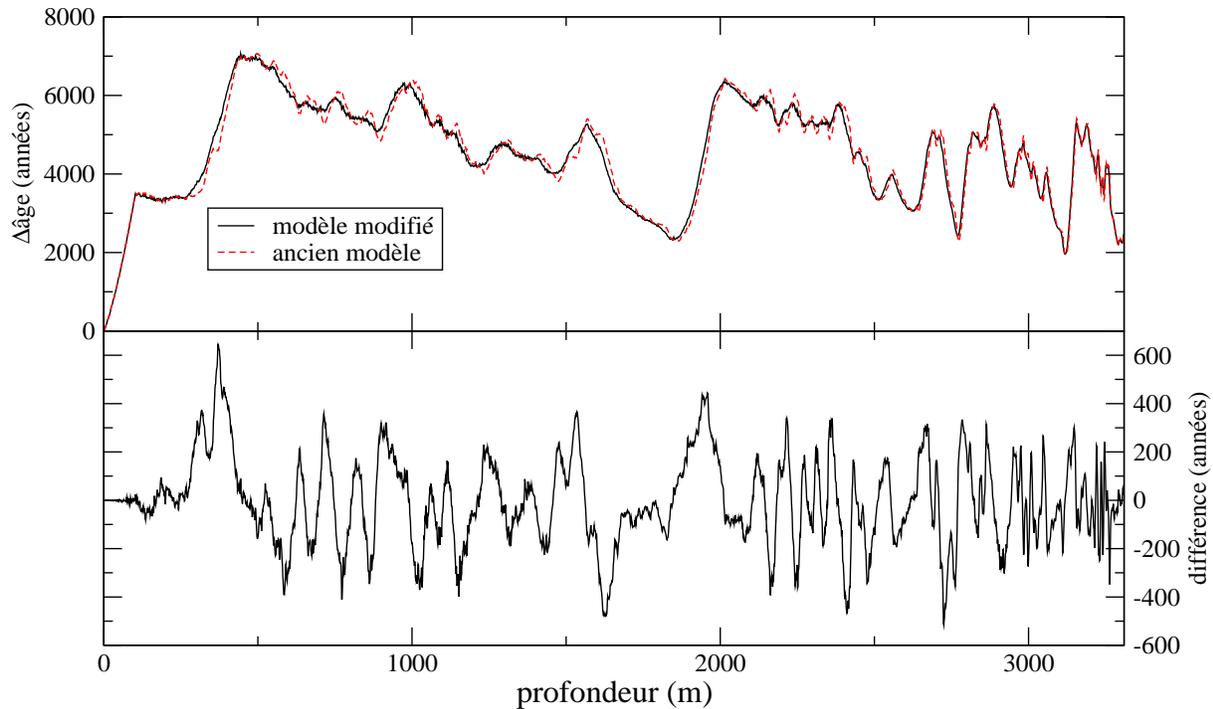
*Pimienta* [1987] trace également une droite d'interpolation de plusieurs séries de mesures.

## Annexe B : Compléments pour les modèles de névé

### B.1. Modification du calcul de la charge d'une particule

Lors de notre travail sur la datation, nous avons eu l'occasion d'améliorer une étape du calcul dans les modèles de névé de Pimienta–Barnola [*Barnola et al.*, 1991] et d'*Arnaud et al.* [2000]. En effet, la charge sur une particule était calculée à partir d'une accumulation cumulée égale à l'accumulation présente multipliée par l'âge de la particule. L'accumulation cumulée est en fait l'intégration des différentes accumulations depuis le moment où la particule était en surface jusqu'au présent.

Cette correction n'a aucune influence en régime permanent (température et accumulation constantes), mais change significativement les résultats en régime transitoire. La différence des deux évaluations du  $\Delta_{\text{âge}}$  pour Vostok atteint 600 ans pour la dernière déglaciation et pour le modèle d'*Arnaud et al.* [2000] (voir Illustration VIII.1).



**Illustration VIII.1** Modification numérique du modèle d’Arnaud *et al.* [2000]. En haut, évaluation du  $\Delta_{\text{âge}}$  avec l’ancien et le nouveau modèle. En bas, différence entre les deux simulations.

## B.2. Amélioration possible du modèle à l’interface neige–névé

Dans le modèle décrit dans Arnaud *et al.* [2000] de densification de la neige, on considère deux zones distinctes : la partie neige, où le glissement entre les grains domine, et la partie névé où c’est la déformation des grains qui est prépondérante. Ainsi, chacun des deux modèles possède une singularité pour la densité limite. Pour éviter ce problème, on considère deux densités limites différentes  $D_0$  et  $D_1$ . En réalité, il n’y a pas de raison que ces deux densités critiques différentes, cette distinction est juste une astuce pour concilier les deux modèles qui possèdent des singularités. Notons par ailleurs que la valeur de  $D_1$  doit être modifiée pour les sites trop chauds avec  $D_0 > 0.6$ .

Pour être plus réaliste, il faudrait considérer qu’il y a glissement et déformation dès le début. On pourrait alors appliquer les deux modèles dès la surface ( $\frac{dD}{dt}$  serait la somme des deux termes de glissement et de déformation donnés précédemment), et imposer que le terme de glissement soit nul

lorsque la densité a dépassé la densité critique  $D_0$ . Pour appliquer le modèle de déformation dès le départ, il faudrait modifier la loi donnant la surface de contact en fonction de la densité. Partant d'une surface de contact donnée en surface de calotte, cette quantité évoluerait au fil des itérations comme  $D$ . Cette réflexion devrait être poursuivie.

## Annexe C : Réflexions sur la théorie des problèmes inverses

Dans ce chapitre, nous avons développé un formalisme des problèmes inverses dans le cas où la modélisation est supposée parfaite (incertitudes négligeables). Un modèle physique peut alors s'apparenter à une application mathématique, ce qui permet un autre point de vue. Nous allons donc dans un premier temps définir la notion de transfert de probabilité (dans le sens direct et dans le sens inverse). Nous ferons ensuite le lien avec la théorie de l'inversion de M. Tarantola et nous démontrerons un théorème sur les suites échantillonnantes, que nous avons utilisé lors de nos applications aux sciences de la Terre.

Le lecteur mathématicien trouvera sans doute que ce texte manque de rigueur, car nous nous sommes seulement attachés aux propriétés principales et nous n'avons pas voulu alourdir cette annexe.

### C.1. Transfert de probabilité

#### Sens direct

Définition : Soit un espace  $E$  muni d'une probabilité  $P$ ,  $F$  un autre espace, et  $f$  une application de  $E \rightarrow F$ . Soit alors  $Q$  la mesure de probabilité sur  $F$  définie par :

$$\forall B \subset F, \quad Q(B) = P(f^{-1}(B)).$$

On dira que  $Q$  est la probabilité transférée de  $(E, P)$  sur  $F$  via  $f$  ou probabilité induite par  $P$  via  $f$ .

Remarque : Dans la théorie de la mesure, une probabilité peut être définie sur une tribu, c'est à dire un ensemble de parties de  $E$  vérifiant certaines propriétés de stabilité.  $Q$  sera alors définie sur la tribu de  $F$  engendrée par les  $f^{-1}(B)$ ,  $B$  appartenant à la tribu de  $E$ . Toutefois, pour ne pas alourdir

le reste de cette annexe, nous considérerons des probabilités définies sur n'importe quelle partie des ensembles considérés. De la même manière, nous supposerons que toutes les applications considérées sont mesurables par rapport aux tribus en question.

Avec des densités de probabilités : Supposons ici que  $E = \wedge^n$ ,  $F = \wedge^p$  et  $f : E \rightarrow F$  une application. Soit  $P$  une probabilité sur  $E$  dérivant d'une densité de probabilité  $\sigma_p$ , c'est à dire que :

$$\forall A \in \mathbb{R}_n, \quad P(A) = \int_A \sigma_p(x) dx$$

Propriété : Soit  $Q$  la probabilité transférée de  $(E, P)$  sur  $F$  via  $f$ . Alors  $Q$  dérive d'une densité de probabilité  $\sigma_Q$  définie par :

$$\sigma_Q(y) = k \int_{\wedge^n} \delta(y - f(x)) \sigma_p(x) dx.$$

où  $k$  est une constante de renormalisation.

Démonstration : Cette démonstration est formelle, nous avons effectué les calculs sans nous attacher à vérifier les propriétés de régularité que doit vérifier la fonction  $f$  ( $f$  doit être un difféomorphisme ?). Soit  $B \in \mathbb{R}_p$  et  $\sigma_Q$  définie comme ci-dessus. Alors :

$$\begin{aligned} \int_B \sigma_Q(y) dy &= \int_B \left( \int_{\wedge^n} \delta(y - f(x)) \sigma_p(x) dx \right) dy \\ &= \int_{\wedge^n} \left( \int_B \delta(y - f(x)) dy \right) \sigma_p(x) dx \\ &= \int_{\wedge^n} \mathbf{1}_{f^{-1}(B)}(x) \sigma_p(x) dx \\ &= \int_{f^{-1}(B)} \sigma_p(x) dx = P(f^{-1}(B)) \end{aligned}$$

## Sens inverse

Ici, nous sommes contraints de travailler avec des densités. Nous supposerons donc que nous avons une application  $f : \wedge^n \rightarrow \wedge^p$ , où l'espace  $\wedge^p$  est muni d'une probabilité  $Q$  qui dérive d'une densité de probabilité  $\sigma_Q$ . D'autre part, nous supposerons également que les espaces  $E = \wedge^n$  et  $F = \wedge^p$  sont munis d'une densité homogène (ou non informative) de probabilité :  $\mu_E(x)$  pour  $E$  et  $\mu_F(x)$  pour  $F$ .

La densité de probabilité  $\sigma_p$  sur  $\Lambda^n$  sera alors définie par :

$$\sigma_p(x) = \sigma_Q(f(x)) \frac{\mu_E(x)}{\mu_F(f(x))}.$$

$\sigma_p$  sera la densité de probabilité induite par  $\sigma_Q$  via  $f$ .

Remarque : La densité de probabilité rétro-induite peut être définie comme étant la densité de probabilité sur  $E = \Lambda^n$  tel que transport sur  $F$  donne la probabilité  $Q$  de densité  $\sigma_Q$  :

$$\sigma'_Q(y) = \sigma_Q(y) \times \int_E \delta(y - f(x)) \mu_E(x) dx \quad / \quad \mu_F(y),$$

c'est à dire le produit de la densité de départ  $\sigma_Q$  et de la densité induite par la théorie :

$$\int_E \delta(y - f(x)) \mu_E(x) dx.$$

Démonstration : Il suffit d'écrire :

$$\begin{aligned} \sigma'_Q(y) &= \frac{\sigma_Q(y)}{\mu_F(y)} \int_E \delta(y - f(x)) \mu_E(x) dx \\ &= \int_E dx \delta(y - f(x)) \frac{\sigma_Q(f(x)) \mu_E(x)}{\mu_F(f(x))} \\ &= \int_E dx \delta(y - f(x)) \sigma_p(x) \end{aligned}$$

Pour cette démonstration, nous avons admis le petit lemme technique suivant :

$$\int_E dx \delta(y - f(x)) g(f(x)) h(x, y) = g(y) \int_E dx \delta(y - f(x)) h(x, y)$$

## C.2. Suites échantillonnantes de probabilité

Définition : Soit un ensemble  $E$  muni d'une probabilité  $P$ . On dira que la suite  $(x)_n$  échantillonne la probabilité  $P$  si :

$$\forall A \subset E, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{N_n^A}{n} = P(A),$$

avec :  $N_n^A(A) = \text{card} \{ m \leq n \text{ tq : } x_m \in A \}.$

Théorème : Soit un espace  $E$  muni d'une probabilité  $P$ , un autre espace  $F$  et  $f$  une application de  $E \rightarrow F$ . Soit une suite  $(x)_n$  échantillonnant la probabilité  $P$ . Alors la suite  $(f(x_n))$

échantillonne la probabilité  $Q$  induite par  $P$  via  $f$ .

Démonstration : Soit  $Q$  la probabilité échantillonnée sur  $F$  par les  $f(x_n)$ . Soit  $B \subset F$ . Soit

$$M_n^B = \text{card} \left\{ m \leq n \text{ tq : } f(x_m) \in B \right\}.$$

Alors  $M_n^B = N_n^{f^{-1}(B)}$ . Or  $N_n^{f^{-1}(B)} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} P(f^{-1}(B))$  et  $M_n^B \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} Q(B)$ . D'où :  $Q(B) = P(f^{-1}(B))$ .

### C.3. Rapprochement avec la théorie de l'inversion

Nous reprenons ici le point de vue de M. Tarantola, avec une théorie parfaite qui relie des paramètres d'entrée  $m$  à des données de sortie  $d$  :  $d = G(m)$ . Nous disposons d'une densité a priori sur les paramètres d'entrée ( $\rho_M(m)$ ) et sur les données de sortie ( $\rho_D(d)$ ). Nous rappelons que les densités de probabilité a posteriori sont données par :

$$\begin{aligned} \sigma_D(d) &= k \cdot \frac{\rho_D(d)}{\mu_D(d)_M} \int dm \delta(d - g(m)) \rho_M(m) \\ \sigma_M(m) &= k \cdot \rho_M(m) \frac{\rho_D(d)}{\mu_D(d)} \Big|_{d=g(m)} \end{aligned}$$

Théorème :

$\sigma_D$  est la densité de probabilité induite par  $\sigma_M$ .

En particulier, pour toute suite  $(x_n)$  échantillonnant  $\sigma_M$ ,  $f(x_n)$  échantillonne  $\sigma_D$ .

Démonstration : Soit  $\sigma'_D(d)$  la densité de probabilité induite par  $\sigma_M(m)$  :

$$\begin{aligned} \sigma'_D(d) &= k \int_M dm \rho_M(m) \frac{\rho_D(g(m))}{\mu_D(g(m))} \delta(d - g(m)) \\ \text{(avec le lemme précédent)} &= k \cdot \frac{\rho_D(d)}{\mu_D(d)_M} \int dm \delta(d - g(m)) \rho_M(m) \\ &= \sigma_D(d) \end{aligned}$$

Remarque : Ainsi, on peut écrire :

$$\sigma_M(m) = \rho_M(m) \left( \rho_D(g(m)) \frac{\mu_M(m)}{\mu_D(g(m))} \right) / \mu_M(m).$$

Et  $\sigma_M(m)$  s'écrit donc comme le produit de deux densités de probabilités, la densité a priori

$$\rho_M(m), \text{ et la densité r\u00e9tro-induite de la densit\u00e9 a priori sur } D : \rho_D(g(m)) \frac{\mu_M(m)}{\mu_D(g(m))}.$$

De la m\u00eame mani\u00e8re, on peut \u00e9crire :

$$\sigma_D(d) = \rho_D(d) \left( \int_M dm \delta(d - g(m)) \rho_M(m) \right) / \mu_M(m),$$

et  $\sigma_D(d)$  s'écrit donc comme produit de deux densit\u00e9s, la densit\u00e9 a priori  $\rho_D(d)$ , et la densit\u00e9

induite par la densit\u00e9 a priori sur  $M$  :  $\int_M dm \delta(d - g(m)) \rho_M(m)$ .

## Annexe D : R\u00e9gressions lin\u00e9aires

Au cours de mon travail, j'ai eu l'occasion d'\u00e9changer avec Gilles Delaygue (mon coll\u00e8gue de bureau pour une longue p\u00e9riode !), qui cherchait des formules de r\u00e9gressions \u00e0 3 dimensions, pour appliquer \u00e0 la composition en exc\u00e8s en fonction de la temp\u00e9rature de surface des oc\u00e9ans et l'humidit\u00e9 relative. N'ayant pas trouv\u00e9 ces formules dans les ouvrages math\u00e9matiques, je me suis donc livr\u00e9 \u00e0 un petit calcul.

Nous allons d'abord rappeler le cas de la dimension deux, puis nous g\u00e9n\u00e9raliserons \u00e0 la dimension 3.

### D.1. Cas de la dimension 2

Supposons que nous avons une s\u00e9rie de donn\u00e9es  $(x_i, y_i)$  pour  $i=1, \dots, N$ . Nous cherchons \u00e0 d\u00e9terminer la droite qui « repr\u00e9sente le mieux » notre s\u00e9rie de points. Il n'y a en fait pas une mani\u00e8re unique de d\u00e9finir math\u00e9matiquement cette « r\u00e9gression lin\u00e9aire ». Une premi\u00e8re approche possible est de supposer que l'on s'int\u00e9resse \u00e0 la variable  $y$  en fonction de la variable  $x$ , et que l'on cherche \u00e0 minimiser les \u00e9carts en  $y$  entre la droite et la s\u00e9rie de points. Ceci se fait classiquement (voir la discussion sur les m\u00e9thodes inverses) en minimisant les \u00e9carts quadratiques.

Supposons donc que nous avons une droite d\u00e9finie par :

$$y = ax + b,$$

où  $a$  et  $b$  sont deux réels. L'écart quadratique entre la série de données et la droite,  $S$ , en fonction de  $a$  et  $b$ , s'écrit :

$$S(a,b) = \sum_{i=1}^N (y_i - ax_i - b)^2.$$

On s'intéresse donc au minimum de la fonction  $S(a,b)$ .  $S$  est une fonction convexe car somme de deux fonctions convexes, et  $S \rightarrow \infty$  quand  $a$  ou  $b$  tendent vers l'infini. Donc elle possède un et un seul minimum. Ce minimum correspond au point où les dérivées partielles de  $S$  s'annulent :

$$\frac{\partial S}{\partial a} = - \sum_{i=1}^N 2x_i(y_i - ax_i - b),$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = - \sum_{i=1}^N 2(y_i - ax_i - b),$$

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial b} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial a} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \sum_{i=1}^N x_i^2 + b \sum_{i=1}^N x_i - \sum_{i=1}^N x_i y_i = 0 \\ a \sum_{i=1}^N x_i + Nb - \sum_{i=1}^N y_i = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{N} \sum x_i^2 & \frac{1}{N} \sum x_i \\ \frac{1}{N} \sum x_i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{N} \sum x_i y_i \\ \frac{1}{N} \sum y_i \end{pmatrix}$$

Rappel : si  $M = \begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}$  est une matrice symétrique, alors  $M^{-1} = \frac{1}{\det M} \begin{pmatrix} d & -b \\ -b & a \end{pmatrix}$ .

Ici :

$$\det M = \frac{1}{N} \sum x_i^2 + \left( \frac{1}{N} \sum x_i \right)^2 = C_{xx}$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \frac{1}{C_{xx}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{N} \sum x_i \\ -\frac{1}{N} \sum x_i & \frac{1}{N} \sum x_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{N} \sum x_i y_i \\ \frac{1}{N} \sum y_i \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{C_{xx}} \left( \begin{array}{c} \frac{1}{N} \sum x_i y_i - \left( \frac{1}{N} \sum x_i \right) \left( \frac{1}{N} \sum y_i \right) \\ \left( \frac{1}{N} \sum x_i^2 \right) \left( \frac{1}{N} \sum y_i \right) - \left( \frac{1}{N} \sum x_i \right) \left( \frac{1}{N} \sum x_i y_i \right) \end{array} \right) \\
&= \frac{1}{C_{xx}} \left( \begin{array}{c} C_{xy} \\ (C_{xx} + M_x^2) M_y - M_x (C_{xy} + M_x M_y) \end{array} \right) \\
&\boxed{\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \frac{1}{C_{xx}} \begin{pmatrix} C_{xy} \\ C_{xx} M_y - C_{xy} M_x \end{pmatrix}}
\end{aligned}$$

## D.2. Cas de la dimension 3

Cette fois-ci, la série de données est composée de 3 mesures :  $(x_i, y_i, z_i)$ , et l'on s'intéresse à la régression linéaire de  $z$  en fonction de  $(x, y)$ . Nous cherchons donc à approcher notre série de données par un plan

$$z = ax + by + c,$$

où  $a, b, c$  sont trois réels. Comme dans le cas de la dimension 2, la fonction  $S$  à minimiser est

$$S(a, b, c) = \sum_{i=1}^N (z_i - ax_i - by_i - c)^2.$$

Les dérivées partielles de la fonction  $S$  sont données par

$$\begin{aligned}
\frac{\partial S}{\partial a} &= - \sum_{i=1}^N 2x_i (z_i - ax_i - by_i - c) \\
\frac{\partial S}{\partial b} &= - \sum_{i=1}^N 2y_i (z_i - ax_i - by_i - c), \\
\frac{\partial S}{\partial c} &= - \sum_{i=1}^N 2(z_i - ax_i - by_i - c)
\end{aligned}$$

et elles s'annulent à la condition suivante :

$$\begin{cases} \sum x_i z_i - a \sum x_i^2 - b \sum x_i y_i - c \sum x_i = 0 \\ \sum y_i z_i - a \sum x_i y_i - b \sum y_i^2 - c \sum y_i = 0 \\ \sum z_i - a \sum x_i - b \sum y_i - c N = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow M \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{N} \sum x_i z_i \\ \frac{1}{N} \sum y_i z_i \\ \frac{1}{N} \sum z_i \end{pmatrix} \text{ avec : } M = \begin{pmatrix} \frac{1}{N} \sum x_i^2 & \frac{1}{N} \sum x_i y_i & \frac{1}{N} \sum x_i \\ \frac{1}{N} \sum x_i y_i & \frac{1}{N} \sum y_i^2 & \frac{1}{N} \sum y_i \\ \frac{1}{N} \sum x_i & \frac{1}{N} \sum y_i & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det M &= \overline{x^2 + y^2} + \overline{x y} \overline{x y} + \overline{x y} \overline{x y} - \overline{x^2 y^2} - \overline{x y^2} - \overline{x^2 y} \\ &= (C_{xx} + M_x^2)(C_{yy} + M_y^2) + 2(C_{xy} + M_x M_y) M_x M_y \\ &\quad - M_x^2 (C_{yy} + M_y^2) - M_y^2 (C_{xx} + M_x^2) - (C_{xy} + M_x M_y)^2 \\ &= (C_{xx} C_{yy} - C_{xy}^2) \end{aligned}$$

On obtient alors :

$$M^{-1} = \frac{1}{C_{xx} C_{yy} - C_{xy}^2} \begin{pmatrix} C_{yy} & -C_{xy} & -C_{yy} M_x + C_{xy} M_y \\ -C_{xy} & C_{xx} & -C_{xx} M_y + C_{xy} M_x \\ C_{xy} M_y - C_{yy} M_x & -C_{xx} M_y + C_{xy} M_x & \overline{x^2 y^2} - \overline{x y^2} \end{pmatrix}$$

Après calculs, on trouve alors :

$$\begin{aligned} a &= \frac{C_{xz} C_{yy} - C_{xy} C_{yz}}{C_{xx} C_{yy} - C_{xy}^2} \\ b &= \frac{C_{yz} C_{xx} - C_{xy} C_{xz}}{C_{xx} C_{yy} - C_{xy}^2} \\ c &= M_z - b M_y - a M_x \end{aligned}$$

**Annexe E : Estimation of temperature change  
and of gas age – ice age difference, 108 kyr B. P.,  
at Vostok, Antarctica**



# **Annexe F : Atmospheric oxygen 18 and sea-level changes**



**Annexe G : Magnitude of isotope/temperature  
scaling for interpretation of central Antarctic ice  
cores**



**Annexe H : Homogeneous climate variability  
across East Antarctica over the past three glacial  
cycles**



# **Annexe I : Antarctic Last Glacial temperature deduced from $\Delta$ age**